

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN



PROYECTO FIN DE CARRERA

*Procesos de Decisión de Markov
para Comunicaciones Selectivas con
Distribuciones de Importancia Dependientes*

Autor: PABLO GONZÁLEZ FERNÁNDEZ
Tutor: JESÚS CID SUEIRO

OCTUBRE DE 2013

TÍTULO: *Procesos de Decisión de Markov para Comunicaciones Selectivas con Distribuciones de Importancia Dependientes*

AUTOR: *Pablo González Fernández*

TUTOR: *Jesús Cid Sueiro*

La defensa del presente Proyecto Fin de Carrera se realizó el día 30 de Octubre de 2013; siendo calificada por el siguiente tribunal:

PRESIDENTE: *Jerónimo Arenas García*

SECRETARIO *Vanessa Gómez Verdejo*

VOCAL *Ignacio Soto Campos*

Habiendo obtenido la siguiente calificación:

CALIFICACIÓN:

Presidente

Secretario

Vocal

Agradecimientos

En primer lugar, a mi tutor, Jesús Cid Sueiro, por permitirme la oportunidad de realizar este Proyecto Fin de Carrera, por sus consejos e interés en el proyecto y por resolver todas las dudas que me han ido surgiendo durante el mismo.

A mi familia: a mis padres y a mi hermana, por el apoyo y los ánimos que me han prestado durante esta etapa final de mis estudios y, también, el resto del tiempo.

A Nerea, por aguantarme estos años y porque, cerca o lejos, siempre ha estado a mi lado.

Por último, agradecer a Óscar Barquero Pérez, creador de la plantilla de latex que he empleado para esta memoria (tsc.uc3m.es/pfc/latex.htm).

*The most exciting phrase to hear in science,
the one that heralds new discoveries, is not
“Eureka!” but “That’s funny...”.*

—Isaac Asimov

Resumen

Las redes de sensores inalámbricos son una tecnología prometedora que conlleva necesidades específicas al respecto de gestión de recursos energéticos. En este proyecto se ha afrontado el diseño de estrategias de transmisión selectiva para redes de sensores inalámbricos utilizando secuencias de mensajes caracterizados por importancias con dependencia estadística entre importancias de mensajes consecutivos, modelando las decisiones del nodo mediante un Proceso de Decisión de Markov. Se ha observado el comportamiento selectivo óptimo según dicho modelo para distribuciones simples, identificando patrones repetidos para energía alta y deduciendo la expresión teórica para dicha tendencia asintótica.

Se ha aplicado dicho modelo a dos situaciones distintas: importancias consecutivas con dependencia estadística que se transmiten o descartan e importancias independientes sobre las que la decisión es transmitir o acumular en el nodo. Finalmente, se ha tratado de proponer soluciones subóptimas eficientes, implementables con información estadística incompleta y se ha comparado la eficiencia de estas estrategias frente a la óptima y frente a nodos no selectivos.

Palabras clave: Redes de sensores inalámbricos, transmisión selectiva, censura, Procesos de Decisión de Markov, programación estocástica, optimización energética.

Abstract

Wireless sensor networks are a promising technology that entails specific needs regarding energetic resources management. In this project, the design of selective transmission strategies has been addressed in the context of nodes in a sensor network which receive messages characterized by a measure of its importance or utility to the network, considering there is statistical dependence between consecutive importances, and modelling the node decision by means of a Markov Decision Process. The optimal selective behaviour on this model has been observed for simple distributions of importances, identifying patterns for high energy and deriving a theoretical expression for that asymptotic tendency.

Two different cases have been studied with this model: statistical dependence between importances of messages arriving to the node which are either transmitted or discarded and independent importances that are transmitted or accumulated in the node. Finally, we have tried to propose suboptimal efficient solutions, which are easy to implement on real nodes with incomplete statistical information, comparing the behaviour of this suboptimal strategies with the optimal one and not selective nodes.

Keywords: Wireless sensor networks, selective transmission, censoring, Markov Decision Processes, energetic optimization, stochastic programming.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Redes de sensores inalámbricos	1
1.2. Tipos y aplicaciones	2
1.2.1. Monitorización de estructuras	3
1.2.2. Agricultura de precisión	3
1.2.3. Monitorización ambiental	3
1.2.4. Exploración planetaria	4
1.3. Restricciones energéticas	4
1.4. Motivación y objetivos del proyecto	5
1.5. Estructura del documento	5
2. Estado del arte	7
2.1. Transmisión selectiva	8
2.2. Agregación de Datos	11
2.3. Acumulación de mensajes	12
2.4. Modelado de WSN mediante Procesos de Decisión de Markov	13
3. Análisis teórico	15
3.1. Procesos de Decisión de Markov	16
3.2. Planteamiento del problema	17
3.3. Estacionariedad y otras simplificaciones	18
3.3.1. Importancias estadísticamente dependientes	19
3.3.2. Acumulación de mensajes en el nodo	21
Justificación del modelo y características del parámetro	22
3.4. Estudio de políticas de transmisión óptimas para casos simples	24
3.4.1. Importancias estadísticamente dependientes	24
Distribución condicional uniforme	25
Distribución de importancias límite	29
Costes energéticos estocásticos	30
Distribución con decisión óptima no de umbral para energía baja	31
Distribuciones no uniformes	32
3.4.2. Acumulación de mensajes en el nodo	33
Distribución uniforme	34

3.5.	Deducción de expresiones generales para umbrales asintóticos .	35
3.5.1.	Importancias independientes	36
	Tasa de recompensas y ganancia de transmisor selectivo	39
3.5.2.	Importancias estadísticamente dependientes	40
	Comparación con importancias independientes	41
3.5.3.	Acumulación de mensajes en el nodo	42
	Comportamiento asintótico con x_k	44
	Umbral óptimo y alternativa simplificada	46
	Estudio crítico del umbral propuesto	47
4.	Modelado práctico	51
4.1.	Importancias estadísticamente dependientes	52
4.1.1.	Estimador del umbral	52
4.1.2.	Comparación para distribución asintóticamente uniforme	53
4.1.3.	Magnitud de la dependencia estadística	54
4.1.4.	Perfiles de energía	56
4.1.5.	Estados inactivos	57
4.1.6.	Energías estocásticas	58
4.1.7.	Red	59
	Red en cadena	60
	Topología aleatoria	60
4.2.	Acumulación de mensajes	61
4.2.1.	Estimador del umbral subóptimo	62
4.2.2.	Nodo aislado	64
	Utilidad media del nodo	64
	Número de mensajes transmitidos	65
	Relación con parámetros de nodo	67
	Perfiles de energía	68
	Estados inactivos	69
	Aplicación de umbral selectivo a acumulación de mensajes	70
	Dependencia estadística entre medidas que se acumulan	72
4.2.3.	Red	73
	Red en cadena	73
	Red aleatoria	75
5.	Conclusiones y trabajo futuro	77
5.1.	Conclusiones	77
5.1.1.	Importancias estadísticamente dependientes	77
5.1.2.	Acumulación de mensajes	78
5.2.	Líneas de trabajo futuro	80
5.2.1.	Variaciones de los dos modelos considerados	80
5.2.2.	Simulaciones de red	81
5.2.3.	Aspectos prácticos de implementación	81

Apéndices	83
A. Equivalencia entre expresión derivada para umbral asintótico y desarrollos previos	85
B. Demostración de existencia de umbral subóptimo propuesto	87
B.1. Existencia de solución	87
C. Tipos de nodos	89
Bibliografía	91

Lista de Figuras

3.1. Evolución del umbral de transmisión con la energía para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $p_{idle} = 0,2$	26
3.2. Comparación del umbral para varios valores de los parámetros, todos ellos con $p_{idle} = 0$	27
3.3. Comparación del umbral para varios valores de p_{idle} , para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$ y $E_{idle} = 1$	28
3.4. Distribución límite de importancias para $p_{idle} = 0,2$ (se presenta solo para $x_k > 0$, dado que p_{idle} es independiente del estado tendremos $p_\infty(x_k = 0) = 0,2$)	30
3.5. Costes energéticos deterministas frente a estocásticos, con la misma media, para la distribución condicional presentada al comienzo de 3.4.1 (izquierda) y para una distribución independiente uniforme $U(0,7)$ (derecha)	31
3.6. Distribución límite para $p'_X(x_{k+1} x_k > 0, x_{k+1} > 0) = U(a(x_k) - 1, a(x_k) + 1)$ con $a(x_k)3,5 + 2,5 \sin(2\pi x_k)$, $p_{idle} = 0,1$ y $p_X(x_{k+1} x_k = 0, x_{k+1} > 0)$ distribuido como $U(0,7)$	32
3.7. Decisión óptima según e_k (eje x en la figura) y x_k (eje y en la figura). La región blanca corresponde a estados en los que la decisión óptima es transmitir y la negra a estados en los que la decisión óptima es no transmitir	32
3.8. Umbral óptimo en función de la energía para distribución triangular según la ecuación (3.18) con $p_{idle} = 0,1$, $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$	33
3.9. Comparación de comportamiento óptimo para distribución uniforme $U(0,5)$, $E_1 = 4$, $E_0 = 1$ y $p_{idle} = 0$ para varios valores de γ	34
3.10. Comparación de comportamiento óptimo para distribución uniforme $U(0,5)$, $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $\gamma = 0,8$ para varios valores de p_{idle}	35
3.11. Comparación del valor del umbral en función de la energía para distribuciones asintóticas iguales con y sin dependencia estadística, con $E_1 = 4$, $E_0 = 1$ y $p_{idle} = 0$	41

3.12. Comportamiento de x_k frente a $\mu(x_k)$ y la asíntota de $\mu(x_k)$ para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $p_{idle} = 0,3$, $\gamma = 0,6$ y $\tilde{x} \sim U(0, 5)$	45
3.13. Comparación entre umbral óptimo y estimado (izquierda) y sus tasas de recompensas (derecha) para distribución exponencial de parámetro $\lambda = 2$ y con $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $p_{idle} = 0,2$	48
3.14. Comportamiento de x_k frente a $\mu(x_k)$ y $\lim_{x_k \rightarrow \infty} \mu(x_k)$ para $E_1 = 75$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $p_{idle} = 0,3$, $\gamma = 0,6$ y $\tilde{x} \sim U(0, 5)$	49
4.1. Comparación de recompensas y tiempos de vida para distintos umbrales para $E = 2000$, $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$ y x según (4.2) con $a = 2$	54
4.2. Comparación entre valor de a y tiempo de convergencia	55
4.3. Comparación de umbral en función de E_1/E_0 , $p_{idle} = 0$, x según (4.2) con $a = 2$	56
4.4. Comparación de umbral para EO en función de estados inactivos, $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, lognormal con $\rho_x = 0.6$, $\sigma_x^2 = 0.8$, $\mu_x = 0$	58
4.5. Comparación de umbral entre energías deterministas y aleatorias. Distribución lognormal con $\rho_x = 0.4$, $\mathbb{E}\{c_1\} = 6$, $\mathbb{E}\{c_0\} = 2$, $\mathbb{E}\{c_{idle}\} = 1$, $p_{idle} = 0.2$.	59
4.6. Ejemplo de topología con 50 nodos	61
4.7. Densidad de probabilidad del número de mensajes transmitidos en cada transmisión para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $p_{idle} = 0,2$, con $\tilde{x} \sim U(0, 4)$, $\gamma = 0,7$ y estrategia CSA	66
4.8. Tiempo de vida en función de γ para distribución de importancias uniforme y exponencial con $p_{idle} = 0$, $E = 10000$	67
4.9. Retardo medio y retardo para el 5% de mensajes más importantes en función de γ para distribución de importancias uniforme y exponencial con $p_{idle} = 0$	68
4.10. Comparación entre umbral según COA y umbral según CSA para distintos parámetros. $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $\tilde{x} \sim U(0, 4)$	69
4.11. Comparación entre tiempo de vida y recompensa en función de γ para varias distribuciones y para nodos ESA y EO. $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$, $\mathbb{E}\{\tilde{x} \tilde{x} > 0\} = 2$ para todas las distribuciones	70
4.12. Comparación entre umbral para COA, umbral para CSA y umbral para EO con acumulación en función de γ . $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$, $\tilde{x} \sim U(0, 4)$	71
4.13. Comparación de tiempo de vida y recompensa en función de γ para nodos ESA y EO con acumulación, sobre distribuciones con y sin dependencia estadística. $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$, distribuciones lognormales con $\mathbb{E}\{\tilde{x} \tilde{x} > 0\} = 2$	72
4.14. Evolución del umbral para los 5 nodos en cadena, $\gamma = 0,6$	74

Lista de Tablas

4.1. Correlación entre x_k y x_{k+1} , recompensa total y tiempo de vida en función de a para energías definidas anteriormente, para estrategia EO	55
4.2. Recompensa total media, ganancia y tiempo de vida para EO en función de E_1/E_0 para x según (4.2) con $a = 2$, promediados para 10 iteraciones	56
4.3. Recompensa total y tiempo de vida en función de p_{idle} , promediados para 20 iteraciones, para EO, con $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $E = 10000$	58
4.4. Tiempo de vida, recompensa y número de mensajes procesados para nodos no selectivos y nodos EO, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas	60
4.5. Tiempo de vida, recompensa y número de mensajes procesados para nodos no selectivos y nodos EO, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas	61
4.6. Utilidad media del nodo para distribución de importancias exponencial, promediada para 10 iteraciones, $E = 15000$	64
4.7. Utilidad media del nodo para distribución de importancias uniforme, promediada sobre 10 iteraciones, $E = 15000$	64
4.8. Comparación entre el número total de transmisiones para distribución de importancias exponencial, $E = 15000$	65
4.9. Comparación entre el número total de transmisiones para distribución de importancias uniforme, $E = 15000$	66
4.10. Ganancia para ESA y COA y comparación entre umbral óptimo y subóptimo para distintos valores de E_1/E_0 , $p_{idle} = 0$, $\gamma = 0,6$ y \tilde{x} según distribución exponencial	68
4.11. Ganancia para ESA y COA y comparación entre umbral óptimo y subóptimo para distintos valores de p_{idle} , $\gamma = 0,6$, distribución de importancias \tilde{x} exponencial	69
4.12. Tiempo de vida, recompensa y número de mensajes procesados para nodos no selectivos, nodos selectivos y nodos ESA con distinto gamma, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas	73

4.13. Retardo medio de la ruta más larga y número medio de mensajes transmitidos por el primer nodo para nodos no selectivos, nodos selectivos y nodos ESA con distinto gamma, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas	74
4.14. Número medio de mensajes, tiempo de vida y recompensa descontada para topología de 50 nodos, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas	75
C.1. Resumen de tipos de nodos empleados en las simulaciones, su descripción y fórmula a la que se refieren	89

Capítulo 1

Introducción

En los últimos años, las redes de sensores inalámbricos (en adelante WSN, por sus siglas en inglés) han atraído un gran interés en distintas áreas de investigación debido al elevado número de aplicaciones para las que pueden ser empleadas y a los retos que suponen en cuanto a comunicaciones y procesamiento de señal. Como se verá a lo largo de este capítulo, una de las principales restricciones en este tipo de redes de sensores es a nivel de disponibilidad de energía en los nodos, existiendo un considerable esfuerzo en cuanto a investigación en la actualidad encaminado a reducir el consumo energético de los mismos.

A continuación se realiza un breve resumen sobre el funcionamiento, aplicaciones y principales limitaciones energéticas de las WSN, a modo de contexto.

1.1. Redes de sensores inalámbricos

Las WSN se componen de cientos y hasta miles de nodos, consistentes en un sistema sensor, capaz de realizar medidas de uno o varios parámetros de interés (e.g: temperatura, humedad, movimiento), una unidad de procesamiento, que, en general, puede llevar a cabo algún tipo de preprocesado sobre los datos medidos, un módulo de comunicaciones inalámbrico, que suele ser un transmisor de radiofrecuencia y habitualmente una batería para proporcionar energía al nodo. Por sus características, estos nodos tienen un coste de fabricación bajo, lo que permite distribuir grandes cantidades de ellos sobre la zona de interés con el objetivo de llevar a cabo medidas precisas y coordinadas [3]. Sin embargo, este tipo de redes ad-hoc presentan un conjunto de limitaciones particulares que hacen necesario el diseño de mecanismos de comunicación y algoritmos específicos.

La utilidad de este tipo de redes viene dada por la simplicidad de des-

pliegue, reducido coste y alta capacidad de medida, frente a los sistemas de sensores tradicionales, centralizados y limitados en sus posibilidades de dispersión por la necesidad de estar conectados al centro de procesado. Esta capacidad de medida local sobre regiones amplias es una ventaja importante respecto a los sistemas de sensores tradicionales en un cierto número de aplicaciones de las que más adelante se proporcionan algunos ejemplos.

La topología habitual en este tipo de redes consiste en un nodo gateway o sumidero que recolecta toda la información de la red y un conjunto de nodos sensores distribuidos densamente a lo largo del área de interés, que a menudo comprende zonas de cierta extensión. Esta amplitud geográfica es especialmente común en escenarios en los que es útil que los sensores sean alimentados con baterías [4], el tipo de red de sensores al que se refiere el mecanismo de transmisión selectiva planteado en este proyecto. Además, en este tipo de situaciones los sensores suelen estar distribuidos de forma más o menos aleatoria, debido a que son colocados sin planificación a lo largo de la zona a monitorizar (e.g: arrojados desde un avión sobre una zona boscosa o de actividad volcánica) y a que los fallos y agotamiento de batería en algunos de los sensores modifican la topología de la red de forma no previsible [5]. En ocasiones, los elementos de la red incorporan alguna fuente de energía secundaria, capaz de recargar la batería utilizando energía presente en el entorno del sensor, como energía solar, vibraciones aleatorias o energía térmica [6].

1.2. Tipos y aplicaciones

Las WSN tienen distintas características y criterios de diseño en función de la aplicación para la que se utilizan, el área sobre la que se distribuyen y otros factores. Por ejemplo, una red de sensores utilizada para proveer a una vivienda de capacidades inteligentes podría conectarse a la red eléctrica para la obtención de energía (y, quizás, también para comunicación entre nodos) con lo que la gestión de la energía dejaría de ser una restricción importante.

Una posible clasificación, atendiendo al ambiente sobre el que se extiende la red, podría diferenciar redes terrestres, subterráneas, subacuáticas, multimedia y móviles [7].

Como se ha comentado, este proyecto se refiere a un modelo de optimización energética mediante la transmisión selectiva de mensajes en nodos con recursos energéticos limitados, por lo que su principal campo de aplicación son redes de sensores alimentados por baterías. Por lo tanto, de entre los tipos de redes de sensores presentados anteriormente, sería aplicable principalmente a redes terrestres, subterráneas y subacuáticas.

A continuación se presenta una selección de aplicaciones de las redes de

sensores en la que se enfatiza aquellos casos de uso que mejor se adaptan al mecanismo de transmisión selectiva propuesto.

1.2.1. Monitorización de estructuras

Los accidentes provocados por estructuras que se derrumban debido a la fatiga de los materiales con los que están contruidos o a la antigüedad de las mismas son bastante comunes y problemáticos en la actualidad en edificios, puentes, presas y barcos. Sin embargo, el enfoque actual para el control de estos desperfectos se reduce a inspecciones visuales periódicas, lo que resulta costoso. La automatización de la monitorización de salud estructural (SHM, por sus siglas en inglés) es un campo de investigación abierto actualmente, en el que se plantea la utilización de galgas extensométricas, acelerómetros, sensores de desplazamiento, esfuerzo y vibración para detectar problemas estructurales midiendo la respuesta de la construcción ante estímulos naturales (e.g. un terremoto o un viento fuerte) o artificiales [5].

Los sistemas SHM actuales están basados a menudo en sensores cableados, lo que implica un alto coste para el cableado y suministro de energía a los sensores [8]. Frente a las limitaciones de estos sistemas de medida, una WSN es capaz de proporcionar medidas estructurales a un menor coste, permitiendo colocar sensores en áreas que serían inaccesibles para dispositivos cableados, facilitando la incorporación de un número mayor de sensores, lo que incrementa la capacidad de localización del daño, y minimizando la necesidad de parada de la actividad normal de la estructura para desplegarla [5].

1.2.2. Agricultura de precisión

Los sistemas de control de cultivos actuales se basan en la suposición de homogeneidad sobre las condiciones del suelo en las parcelas. Sin embargo, sobre cultivos amplios esta condición puede ser una simplificación excesiva, y una red de sensores inalámbricos proporciona medidas de alta precisión sobre humedad del suelo, acidez, contenido de nutrientes, tipo de suelo y otros factores [4], que pueden servir para incrementar la eficiencia en el empleo de irrigación, pesticidas o fertilizantes y afectar a la calidad y cantidad de la producción.

1.2.3. Monitorización ambiental

Las características de las redes de sensores las hacen perfectas para llevar a cabo monitorización de desastres naturales como incendios forestales o con-

trol de erupciones volcánicas. En estos casos, el reducido coste de los sensores permite desplegar multitud de ellos sobre el área de interés, y su capacidad de organización automática y no necesidad de cableado simplifican y abaratan el despliegue. También se ha propuesto su utilización para monitorización del agua de ríos o lagos, control de hábitat de forma no invasiva y monitorización de ganado [4].

1.2.4. Exploración planetaria

Recientemente se ha propuesto la utilización de WSN para exploración espacial, en concreto con el objetivo de proporcionar medidas sobre superficies planetarias. En este sentido, las redes de sensores proporcionan la ventaja de ser capaces de recopilar información detallada y heterogénea sobre amplias regiones durante periodos de tiempo prolongados; algo que resulta muy complicado de conseguir con los métodos de exploración espacial actuales [9].

1.3. Restricciones energéticas

Ya se ha explicado que uno de los problemas fundamentales a los que se enfrenta una red de sensores es la enorme restricción en la energía disponible por los nodos. Generalmente, no es factible recargar los nodos por la cantidad de los mismos y a que en ocasiones se sitúan en lugares no fácilmente accesibles. Además, el fallo de determinados nodos (justamente aquellos más sometidos a necesidades de retransmisión de medidas generadas por otros nodos) puede causar el fragmentamiento prematuro de la red, lo que llevaría a una reducción de su efectividad. Aunque se investiga en recarga mediante energías ambientales [6], el tamaño de los nodos es un factor limitante y complica este tipo de mejoras.

El mayor gasto energético de los nodos ocurre, en general, en la radio utilizada para transmitir y recibir mensajes [10]. Obviamente, este consumo viene condicionado por factores como la tasa binaria, el tipo de modulación y los parámetros de la modulación utilizada, la eficiencia de la antena y el amplificador utilizados, la distancia al nodo receptor, el tipo de canal (presencia de obstáculos, visión directa, multitrayecto) y la sensibilidad del receptor. Además, se da la circunstancia de que, debido a los componentes electrónicos presentes en el módulo radio, especialmente el amplificador y osciladores, el consumo energético del módulo de comunicaciones es considerable incluso en los instantes en los que no se realiza una transmisión o recepción.

Un problema adicional del sistema de comunicaciones radica en que, debido a que la eficiencia del amplificador, en el que como se ha visto existe

un consumo energético alto, puede disminuir al reducir la potencia de transmisión, es posible que no disminuya el gasto energético total en el nodo al transmitir con una menor potencia. Además, una mayor potencia implica una mejor estimación de la distancia a nodos adyacentes, lo que supone una ventaja importante en el diseño de algoritmos de enrutado y decisiones de funcionamiento en niveles superiores [10]. Por último, reducir la potencia de transmisión disminuye las interferencias que causa el nodo sobre transmisiones de nodos cercanos, incrementando la eficiencia a nivel de enlace.

Una solución planteada para reducir el consumo de energía es planificar un apagado y encendido del transmisor, el receptor o ambos, de modo que el nodo cambie de estado de forma inteligente en función de sus propias características y las de la red. Cuando se diesen determinadas circunstancias, podría entrar en un estado de letargo, apagando ambos.

Es importante evitar en el nodo, en la medida de lo posible, los elementos electrónicos de eficiencia baja, como transformadores de voltaje, lo que implica que todo el sistema funcione con el mismo nivel de tensión.

Finalmente, existen ciertos algoritmos a alto nivel específicos, que tratan de optimizar el gasto energético de la red mediante planificación inteligente de las transmisiones de los nodos, algo que se detallará en el capítulo 2.

1.4. Motivación y objetivos del proyecto

El objetivo principal del proyecto es ampliar el modelo desarrollado previamente en [1] por sus autores, que propone una estrategia de transmisión selectiva basada en criterios estadísticos para WSN alimentados con batería y que carecen de fuentes alternativas de energía o de recarga de dicha batería.

En particular, se incorporará la posibilidad de dependencia estadística entre los mensajes que llegan al nodo; y se resolverá la estrategia de transmisión óptima para este nuevo modelo. También, se resolverá de forma independiente parte del desarrollo expuesto en dicho artículo, obteniendo los mismos resultados.

Se observará, de forma teórica y en simulación, el comportamiento del nodo según el modelo para la estrategia óptima y se tratará de proponer alternativas subóptimas simples y eficientes que sean implementables en nodos reales con información estadística incompleta.

1.5. Estructura del documento

El resto del documento se estructurará de la siguiente manera:

En el próximo capítulo se presentan las técnicas de ahorro energético a alto nivel existentes en la bibliografía, poniendo en relación estos mecanismos con el que nos ocupa.

Posteriormente, en el capítulo tercero, se llevará a cabo la exposición del modelo teórico planteado y el análisis exacto de las decisiones de transmisión óptimas de los nodos para casos sencillos; se observará la evolución de estas decisiones para valores altos de energía, y se derivarán expresiones teóricas para la tendencia observada.

El cuarto capítulo versará sobre el diseño de esquemas simples implementables en nodos reales que estimen los estadísticos necesarios utilizando las observaciones estadísticas de las que disponen y simulaciones de nodo aislado y de red con estos algoritmos.

Por último, en el quinto capítulo se hará un análisis crítico de los resultados obtenidos y se presentarán las posibles líneas de trabajo futuro.

Capítulo 2

Estado del arte

Como ya se ha explicado, un aspecto crítico en el diseño de WSN es la optimización de la energía utilizada por los nodos de la red. Existen distintos enfoques que tratan de afrontar este problema, muchos de los cuales están abiertos aún a futuros desarrollos. Ya se ha comentado también cómo este aspecto es tenido en cuenta a la hora de seleccionar protocolos de comunicación, mecanismos de acceso al medio y componentes de los nodos, como pueden ser procesadores, amplificadores o antenas. Además, es posible introducir algoritmos de control que apagan los elementos del nodo que no están en utilización y pueden llevar a cabo decisiones inteligentes de letargo sobre algunos nodos, para mejorar el tiempo de vida de la red. Cabe también destacar que las operaciones de procesado, que solo implican gasto energético en el microprocesador, son mucho más eficientes en general que las de recepción y transmisión, por lo que resulta oportuno dotar de cierta inteligencia a los nodos sensores, de modo que estos puedan optimizar la cantidad de conexiones inalámbricas necesarias y el volumen de datos a transmitir al nodo final de la red.

Por esta razón, existen enfoques de nivel superior que pueden coexistir con los aspectos básicos de diseño de los nodos para incrementar el tiempo de vida de la red. En el resto de este apartado veremos ejemplos particularmente relacionados con este trabajo: la transmisión selectiva de mensajes, y los mecanismos de “Data Aggregation”, entre los que podemos considerar la acumulación de mensajes. Por último, se expondrán algunos ejemplos existentes en la bibliografía de modelado de WSN mediante Procesos de Decisión de Markov, que ponen de manifiesto la conveniencia de este tipo de modelado.

2.1. Transmisión selectiva

Un mecanismo propuesto por varios autores para mejorar el rendimiento energético es la transmisión selectiva de datos; de manera que los nodos serían capaces de valorar las medidas que toman y elegir mediante algún tipo de estrategia si transmitir o no estas medidas.

Esta perspectiva encaja perfectamente en el concepto teórico de WSN: los nodos están dotados de una cierta inteligencia, por lo que son capaces de determinar cuales de las medidas que toman compensan el gasto energético de ser transmitidas, y, sin embargo, están enormemente limitados en energía, siendo la transmisión y recepción inalámbrica de datos la actividad que más energía consume; por lo que descartar datos en un instante de tiempo determinado puede permitir transmitir más adelante datos más útiles.

Estas estrategias selectivas son a menudo denominadas en la bibliografía como algoritmos de “censura” (censoring) de medidas. La idea se basa en la no transmisión de datos de determinados sensores debido a la escasa información que aportan, a su reducida fiabilidad o a otras características relativas a la medida. Así, en [20] se propone un modelo de control de blancos en el que los nodos seleccionan si enviar o no las medidas que toman en función de la propia medida y de los costes energéticos del nodo. En este artículo, se supone observaciones independientes entre los nodos de la red.

Por su parte, [11] explora también el caso de control de blancos, y concluye que, ante costes de toma de medidas bajos y costes de transmisión altos, utilizar estrategias de censura en función de la información que se espera que aporten permite obtener una mayor información mutua, bajo restricción de gasto energético medio constante, que llevar a cabo letargo en algunos nodos. En este artículo, se propone finalmente el empleo conjunto de estrategias de censura y apagado selectivo para obtener una información mutua alta para cualquier perfil energético.

Relacionado de forma más directa con este trabajo, ya se ha explicado que se pretende aquí extender ideas desarrolladas en algunos trabajos anteriores. Concretamente, en [1] y [2] se propone un sistema de maximización local de la utilidad de los nodos de la red mediante transmisión selectiva en función de la importancia del mensaje y la energía del nodo.

El modelo teórico considerado en estos artículos supone la existencia de una métrica que cuantifica la importancia de los mensajes que recibe cada nodo de la red de sensores, ya sea generados en el propio nodo o recibidos de nodos jerárquicamente dependientes de este en la topología de la red. Esta importancia podría ser establecida por el protocolo de enrutado o la capa de aplicación, refiriéndose a la urgencia, relevancia, utilidad o fiabilidad de la medida.

Por razones de simplicidad, se supone que este valor de importancia es estrictamente mayor que cero, reservando el valor cero para instantes de tiempo en los que no se genera ni recibe ningún mensaje. En [1] se supone que el nodo solamente dispone de información sobre su nivel de energía, la importancia del mensaje actual, y la energía gastada en transmitir, recibir y generar mensajes. Sobre este modelo, es posible derivar el comportamiento óptimo del nodo, es decir, aquel que maximiza la utilidad esperada de la batería. En concreto, la optimización de la utilidad del nodo lleva a comparar la importancia del mensaje, definida anteriormente, con la diferencia entre la utilidad media futura en caso de transmitir (gastando relativamente mucha energía) y la utilidad media futura en caso de no transmitir (gastando menos energía).

Así, el comportamiento óptimo del nodo tiende a una decisión de umbral sobre el valor de importancia, independiente de la energía disponible, para valores altos de energía. Este efecto se observa en un cierto número de distribuciones y se obtiene su expresión teórica. Esta tendencia asintótica es aprovechada para proponer una estrategia simplificada para los nodos: dada la limitación en capacidad de cómputo y memoria de los nodos de la red de sensores, la conveniencia de definir una estrategia que dependa únicamente de unos pocos estadísticos de la distribución de importancias fácilmente estimables, y que los nodos son provistos inicialmente de energías suficientes para muchas transmisiones, es razonable sustituir el comportamiento óptimo por una decisión de umbral constante que será suficientemente efectiva para casi toda la vida útil del nodo.

En [2] se extiende el modelo considerado, añadiendo información referente al estado de la red: la utilidad que obtiene la red de un determinado mensaje se hace depender, además de de la propia decisión de transmisión o no transmisión del nodo, de un índice relativo a la probabilidad de que ese mensaje termine de ser retransmitido a lo largo de la red hasta llegar al sumidero. Experimentalmente, se observa como el comportamiento de la red se aproxima al óptimo en el caso en el que el índice anterior se ocupa únicamente del salto siguiente al nodo actual, en lugar de tener un alcance global. Debido a que este algoritmo es más acorde con las necesidades de simplicidad y poca sobrecarga a nivel de enlace necesarios en una red de sensores, se propone la utilización del mismo en lugar de índices que evidencien la probabilidad de que el mensaje transmitido por el nodo llegue al sumidero o nodo final de la red.

Para la caracterización matemática, se denomina c_0 al coste, que puede ser determinista o estocástico, de recibir o realizar la medida de un dato, y c_1 al coste, también determinista o estocástico, de recibir o realizar la medida y además enviar el dato. Estos costes energéticos dependen, en general, de \mathbf{z} y, por tanto, de x . Esta terminología no es compatible con la utilizada

en capítulos posteriores, en los que se utilizan las definiciones energéticas presentadas en 3.3.

El valor de importancia del mensaje actual en el nodo se expresa como x y \mathbf{z} es un vector que incluye toda la información disponible en el nodo en cada instante de tiempo, incluyendo el valor de importancia x y cualquier conocimiento adicional. Por último, $Q(\mathbf{z})$ representa el índice de éxito introducido en [2]; es decir, adaptando su valor desde dicho artículo, $Q(\mathbf{z}) = \mathbb{E}\{q|\mathbf{z}\}$, siendo $q = 1$ si el mensaje es retransmitido correctamente hasta el gateway y $q = 0$ en caso contrario. También, se ha utilizado la notación $(y)^+$ que se define como $(y)^+ = yu(y)$, donde la función $u(y)$ representa el escalón de Heaviside, incluyendo $u(0) = 1$.

La razón por la que se considera en este artículo un coste c_0 que representa al mismo tiempo el coste que supone la recepción de un mensaje desde otro nodo y el correspondiente a la generación de un mensaje en el propio nodo es que de esta manera se evita que los nodos se comporten de forma egoísta; es decir, que la solución óptima obtenida de este modo no favorece la transmisión de los mensajes generados en el propio nodo frente a la retransmisión de otros de la red. Aun suponiendo que ambos costes sean diferentes, lo que parece probable en un escenario real, es posible utilizar como c_0 la media, ponderada por las probabilidades de recepción de otro nodo y de generación en el nodo, entre ambos valores.

Definiendo $\mu(e, \mathbf{z}) = \mathbb{E}\{\lambda(e - c_{0,k})|\mathbf{z}\} - \mathbb{E}\{\lambda(e - c_{1,k})|\mathbf{z}\}$, donde $\lambda(e)$ representa la utilidad promedio del nodo para energía e , tenemos que $\mu(e, \mathbf{z})$ cumple el papel de umbral de transmisión; i.e: se transmitirá el mensaje si $Q(\mathbf{z})x_k \geq \mu(e, \mathbf{z})$ y no se transmitirá en caso contrario. Aunque no se demuestra que $\mu(e, \mathbf{z})$ converja a un valor constante para valores altos de energía, se proporciona una expresión teórica para su límite en caso de que este exista, apoyando esta expresión en un conjunto de simulaciones sobre distintas distribuciones de probabilidad en las que se observa esta convergencia. De esa manera, en caso de existir, el límite será igual a

$$\lim_{e \rightarrow \infty} \mu(e, \mathbf{z}) = (\mathbb{E}\{c_1|\mathbf{z}\} - \mathbb{E}\{c_0|\mathbf{z}\})\chi \quad (2.1)$$

Donde χ es la solución de:

$$\mathbb{E}\{c_0\}\chi = \mathbb{E}\{(xQ(\mathbf{z}) - (\mathbb{E}\{c_1|\mathbf{z}\} - \mathbb{E}\{c_0|\mathbf{z}\})\chi)^+\} \quad (2.2)$$

Además, si en todos los instantes temporales se cumple que $c_1 > c_0$, esta solución para χ es única. En estas expresiones y las que siguen, se ha utilizado la letra χ en lugar de τ , utilizada en el artículo, debido a que τ es empleada en apartados posteriores con otro significado.

Para poder aplicar esta expresión, que depende únicamente de ciertos estadísticos referidos a la distribución de importancias que llegan al nodo, se utiliza una versión iterativa de la misma, que es posible actualizar de forma máquina utilizando estimaciones de los distintos parámetros. En [1] se utilizan, para las magnitudes estadísticas dependientes de la distribución de importancias que llegan al nodo, estimadores paramétricos basados en distribuciones de importancia con la forma de distribuciones Gamma.

En [2] se utiliza, sin embargo, una fórmula basada en aproximaciones estocásticas (2.3) para estimar χ , lo que permite obtener el umbral de 2.1.

$$\chi_k = (1 - \frac{1}{k})\chi_{k-1} + \frac{1}{k\mathbb{E}\{c_0\}}(x_k Q(\mathbf{z}_k) - \Delta(\mathbf{z}_k)\chi_{k-1})^+ \quad (2.3)$$

En dónde $\Delta(\mathbf{z}) = \mathbb{E}\{c_1|\mathbf{z}\} - \mathbb{E}\{c_0|\mathbf{z}\}$. Es razonable suponer que este coste energético no dependa de \mathbf{z} (salvo en diferenciar $x = 0$, es decir, no recepción ni generación de mensaje, del resto), por lo que, en el caso de que $\mathbb{E}\{c_0|x > 0\}$ y $\mathbb{E}\{c_1|x > 0\}$ no sean conocidos, puede estimarse a partir de los datos de forma simple mediante un cociente entre costes en cada instante y número total de instantes en los que se transmite o no se transmite; o bien mediante alguna estrategia adaptativa, para tener en cuenta variaciones de la red. Con respecto a $x_k = 0$, en dichos artículos se propone la definición de un coste c_I para esos instantes, sin diferenciar transmisión de no transmisión, al no existir dato.

Para estimar $Q_k(\mathbf{z}_k)$ en [2], se consideran una serie de simplificaciones y se emplea para su estimación la ecuación

$$Q_k(\mathbf{z}_k, w, b) = P(q_k = 1|x_k, w, b) = (1 + \exp[-w(x_k - b)])^{-1} \quad (2.4)$$

En próximos apartados de este proyecto se extiende dicho modelo para el caso en el que las importancias de mensajes consecutivos están de algún modo relacionadas.

2.2. Agregación de Datos

Los mecanismos de agregación de datos (DA, por sus siglas en inglés) comprenden un conjunto de técnicas cuyo objetivo es la reducción del gasto energético en comunicaciones combinando de alguna manera datos provenientes de distintos nodos y datos consecutivos del mismo nodo. Esta perspectiva implica un cambio de paradigma respecto a las redes tradicionales: frente a los mecanismos habituales en redes de comunicaciones, que ponen énfasis en la generación de rutas de alta capacidad entre nodos cualesquiera, en una

WSN la principal preocupación es encontrar rutas eficientes en energía para los datos que conecten un amplio número de nodos origen con un único nodo destino o un reducido grupo de ellos, facilitando en la medida de lo posible la eliminación de redundancia en los propios nodos y la minimización del número de transmisiones [17].

Este concepto de agregación ha sido utilizado con definiciones algo ambiguas en la bibliografía, y será utilizado en este proyecto con el significado amplio anterior, atendiendo a la terminología definida en [16]. De forma esquemática, en DA se incluye cualquier algoritmo que (1) acumule un determinado conjunto de datos generados en el propio nodo o recibidos de otros nodos, (2) aplique una función de agregación sobre estos datos y (3) envíe los datos agregados sobre una única conexión inalámbrica a otro nodo con el objetivo de comunicarlos al nodo final de la red. La forma concreta de esta función de agregación es completamente dependiente de la aplicación, pudiendo concretarse en concatenación de los datos, promediado (e.g: si se trata de medir temperatura, pueden promediarse las medidas de sensores cercanos en el agregador, reduciendo la resolución de medida a cambio de mejorar la eficiencia energética de transmisión y obtener medidas con menos error), suma de algún parámetro (e.g: para determinar el número total de nodos en una región), extracción de valor mínimo o máximo, etc.

En la bibliografía existen frecuentes ejemplos de aplicación de este tipo de estrategias, a menudo aplicadas sobre tipos de redes concretas. En [15] podemos encontrar varios ejemplos, en los que la red toma decisiones distribuidas en base a las observaciones.

Una posible clasificación de los algoritmos de DA existentes en el estado del arte, atendiendo a la estructura de la red, diferencia algoritmos no estructurados, algoritmos basados en estructura y mixtos [16]. En principio, los algoritmos no estructurados son más coherentes con la topología ad-hoc y a menudo aleatoria de una WSN, mientras que los basados en estructura conllevan la generación de rutas fijas o variables entre los nodos de la red y el sumidero.

2.3. Acumulación de mensajes

Dentro de las estrategias de DA, un caso particular de relevancia es la idea de acumulación de mensajes en un nodo para su transmisión conjunta. En este caso, el ahorro energético es consecuencia únicamente de la mejora de eficiencia en las transmisiones debido a la reducción de conexiones y la consecuente disminución de colisiones en el medio, y menor sobrecarga para cabeceras y comprobación de errores. En definitiva, se obtiene un incremento en el tiempo de vida de la red mediante una disminución de la cantidad de

conexiones que es necesario establecer entre los nodos, existiendo a cambio un cierto retardo en la transmisión de los mensajes hasta el punto final de la red.

Entre las ventajas de esta forma de función de agregación están la simplicidad de procesamiento y la no necesidad de temporizadores y procesamiento adicional para garantizar la precisión de los datos. También, esta simplificación evita problemas a nivel seguridad e integridad, dado que el nodo no necesita acceder al valor de los datos que recibe de otros nodos para procesarlos. A cambio, el incremento de eficiencia está en cierta medida limitado frente a funciones de agregación más complejas y adaptadas a la aplicación particular.

2.4. Modelado de WSN mediante Procesos de Decisión de Markov

Los Procesos de Decisión de Markov (en adelante MDP, por sus siglas en inglés), cuya estructura y características se explican con detalle más adelante, y las cadenas de Markov han sido utilizados en varios trabajos recientes con el objetivo de modelar distintos aspectos relativos a WSN. Esta metodología permite incluir de una manera simple decisiones inteligentes sobre distintos aspectos de los nodos con el objetivo de optimizar diversos objetivos.

Por ejemplo, en [12] se presenta un sistema que busca la optimización de distintos parámetros de funcionamiento del nodo (voltaje, frecuencia de toma de medidas) de forma dinámica en función de las condiciones de la red mediante MDPs para permitir ajuste automático sin necesidad de personal experto que seleccione dichos parámetros en función de la aplicación. De modo similar, en [13] se propone un modelo de selección dinámica del grado de compresión sobre los datos para minimizar la distorsión media de los datos enviados bajo restricciones de energía en nodos capaces de obtener energía del ambiente, basado igualmente en MDPs. También, [14] establece un modelo markoviano para los nodos de una WSN, planteando aspectos energéticos, de fiabilidad y de retardo extremo a extremo de la red.

En [2], se pone en relación el modelo de transmisión selectiva que ya se ha presentado con la formulación propia de MDPs.

Capítulo 3

Análisis teórico

Una vez presentadas las técnicas de reducción del consumo energético habituales en la bibliografía, y visto que los MDPs constituyen una herramienta matemática natural y utilizada habitualmente para modelar aspectos relativos a redes de sensores inalámbricos; se tratará, en el presente capítulo, de dar respuesta desde un punto de vista teórico al problema de optimización que se plantea en este proyecto. En esquema, se busca la optimización local de la utilidad de los nodos de una red de sensores considerando que el nodo puede tomar decisiones sobre la transmisión o no de mensajes en el momento en que estos son generados por el sistema sensor del nodo o recibidos de otro nodo para ser retransmitidos, dada una determinada métrica que cuantifica la utilidad para la red de los distintos mensajes y unos determinados gastos energéticos dependientes de la decisión del nodo. La idea es, por tanto, muy similar a la realizada en [1] y [2] por sus respectivos autores, aunque añadiendo la consideración de que existe una dependencia estadística entre los mensajes consecutivos que llegan al nodo.

El resto del capítulo se estructurará de la siguiente manera: en primer lugar se presentarán los Procesos de Decisión de Markov, a continuación se pondrá en relación el problema de optimización presentado con este modelo estadístico. Sobre este modelo, se establecerán una serie de simplificaciones y suposiciones acerca de la estructura de las distribuciones estadísticas involucradas, con la idea de obtener expresiones manejables. En el siguiente punto se analizarán las expresiones teóricas sobre casos particulares simples, de modo que se vea cómo la estrategia óptima depende de las distribuciones de importancia y de energías consumidas por el nodo. Por último se propondrán estrategias subóptimas simples que dependen únicamente de unos pocos estadísticos de las distribuciones de importancia y de costes energéticos involucradas.

3.1. Procesos de Decisión de Markov

Los MDPs son un tipo de modelado matemático consistente en un sistema caracterizado por un conjunto de estados ($s \in \mathbb{S}$) que atraviesa a lo largo de distintos puntos de decisión temporales (llamados épocas), una serie de acciones disponibles en cada estado ($d \in \mathbb{D}(s)$), probabilidades de transición dependientes del estado y la acción seleccionada ($p(s'|s, d)$, donde s' representa el estado en el instante siguiente) y recompensas dependientes también del estado y la acción seleccionada ($r(s, d)$).

Generalmente se considera que las decisiones son markovianas, también llamadas sin memoria; es decir, que la elección de la acción en un momento dado depende únicamente del estado actual y no de la historia de estados atravesados por el sistema en instantes anteriores. El conjunto de posibles estados puede ser finito o infinito y puede considerarse horizonte finito (lo que significa que a partir de un instante determinado ya no existen más transiciones entre estados ni recompensas) o infinito. Se definirá la función de valor, dependiente de la política de acciones (π) y el estado actual (s_k), como:

$$\begin{aligned} V_\pi(s_k) &= r(s_k, \pi(s_k)) + \sum_{s_{k+1} \in \mathbb{S}} p(s_{k+1}|s_k, \pi(s_k)) V_\pi(s_{k+1}) \\ &= r(s_k, \pi(s_k)) + \mathbb{E}\{V_\pi(s_{k+1})|s_k, \pi(s_k)\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Donde k representa el instante de decisión actual y, por tanto, $k + 1$ el instante próximo. La nomenclatura $\pi(s_k)$ representa la acción correspondiente al estado s_k según la política de acciones π . En ocasiones, para MDPs de horizonte infinito, se define una función de valor con un factor de descuento sobre las recompensas futuras, de modo que ésta converja a un valor finito. Sin embargo, esto no será necesario para el caso que nos ocupa.

Una vez definida la función de valor, se definirá la política óptima π^* como aquella constituida por la acción en cada estado que maximiza la función de valor para ese estado.

Es posible encontrar la política óptima markoviana de un problema dado a partir de la ecuación de Bellman, que proporciona una expresión para la función de valor de la política óptima, que denominamos V^* , y que tiene la forma siguiente

$$\begin{aligned} V^*(s_k) &= \max_{d \in \mathbb{D}(s_k)} \{r(s_k, d_k) + \sum_{s_{k+1} \in \mathbb{S}} p(s_{k+1}|s_k, d_k) V^*(s_{k+1})\} \\ &= \max_{d \in \mathbb{D}(s_k)} \{r(s_k, d_k) + \mathbb{E}\{V^*(s_{k+1})|s_k, d_k\}\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

De este modo, para cada estado s_k , la acción (o acciones) óptima será el argumento o conjunto de argumentos que maximizan la expresión anterior.

Conviene resaltar, por su relevancia en apartados posteriores, la idea de que una vez seleccionada una política π determinada, que especificará una acción concreta para cada estado del MDP, éste se ve reducido a una cadena de Markov.

3.2. Planteamiento del problema

En nuestro caso, utilizaremos un MDP para simular las posibles acciones de transmisión o no transmisión de los mensajes, buscando maximizar la importancia total de cada nodo, esto es, la suma total de las importancias de los mensajes efectivamente transmitidos durante la vida útil del nodo: $\mathbb{E}\{\sum_{i=1}^T x_i d_i\}$, donde T representa el tiempo de vida del nodo (que será también aleatorio), x_i los valores de importancia sucesivos que existen en el nodo, $d_i = 1$ si el mensaje es transmitido y $d_i = 0$ si el mensaje no es transmitido; magnitudes que serán explicadas con detalle posteriormente. Se trata, por tanto, de un enfoque puramente local; que, sin embargo, como se verá en apartados posteriores, conlleva un comportamiento razonablemente bueno para la red manteniendo un modelado sencillo y que no requiere una alta carga computacional ni un conocimiento detallado sobre la red.

Aunque de forma general es posible incorporar a la información utilizada por el nodo ciertos parámetros de red, de forma similar a lo realizado en [2] al definir un índice de éxito en la retransmisión del mensaje en el caso de tomar la decisión de transmitir; en este proyecto nos limitaremos al caso en el que el nodo solamente dispone de información acerca de la importancia de los mensajes que recibe o genera, la propia energía de la que dispone y los costes energéticos que acarrea cada una de las actividades del nodo.

El conjunto de posibles estados del sistema representará la situación en la que se encuentra el nodo en cada activación del mismo, en la que puede ser que reciba o genere un mensaje; estará compuesto por la energía disponible en el nodo en ese instante y la importancia del mensaje concreto existente en el nodo, en caso de existir alguno. Las definiciones formales del estado se presentan en el apartado 3.3, dado que serán ligeramente distintas para los dos casos que se plantean en el proyecto.

En el caso general, en el que las importancias de los mensajes en el nodo siguen una distribución estadística continua y la energía que gasta el nodo en cada instante es aleatoria y con función de probabilidad también continua, el conjunto de estados posibles será infinito y no numerable. El conjunto de acciones posible será, en general, binario e independiente del estado, ya que corresponderá simplemente con transmitir o no transmitir el mensaje,

decisiones que se representarán respectivamente como $d_k = 1$ y $d_k = 0$. Las únicas salvedades a esta decisión binaria serán aquellos estados en los que no se recibe ni genera mensaje (en los que no existe mensaje que transmitir) y aquellos en los que el nodo no disponga de energía para transmitir, en los que el nodo no tomará decisiones (i.e: serán estados finales del MDP). Por su parte, las recompensas asociadas a cada estado y acción se corresponderán con la importancia del mensaje si este es transmitido con éxito o cero en caso contrario.

3.3. Estacionariedad y otras simplificaciones

A partir de este punto, se van a considerar dos escenarios distintos para los que es posible aplicar el modelo teórico basado en MDPs presentado. En el primero de estos escenarios, estudiado en detalle en 3.3.1, se considerará que el nodo sensor recibe mediciones consecutivas que son estadísticamente dependientes. Pese a que el trabajo desarrollado en investigaciones previas con este modelo de importancias de mensajes [1] suponía que las importancias de mensajes consecutivos eran independientes, se sabe que las redes de sensores, por su topología y naturaleza de las mediciones que llevan a cabo, están sujetas a una gran correlación estadística espacial y temporal; esto es, entre medidas de nodos adyacentes y medidas consecutivas del mismo nodo [18]. Por lo tanto, es lógico suponer que las importancias de los mensajes que llegan a un nodo dado, generados en el propio nodo en instantes sucesivos o recibidos de distintos nodos sensores cercanos, estén sujetas a correlación temporal y espacial, respectivamente.

Por otra parte, al presentar el MDP considerado, se ha mantenido la generalidad suficiente como para poder aplicar el mismo modelo a otro escenario diferente, en particular, uno basado en acumulación de mensajes (3.3.2): si se considera que el nodo tiene disponible una pequeña memoria interna y es capaz de almacenar mensajes para su posterior transmisión sobre una única conexión, podría considerarse que la importancia total existente en el nodo es equivalente a la suma de las importancias de los mensajes almacenados, con un cierto valor de descuento que se utiliza para penalizar el retardo en la transmisión de los mensajes. En este caso, se considerará que las importancias aisladas que llegan al nodo son independientes, y la dependencia estadística entre importancias consecutivas será consecuencia de la acumulación. Por su parte, las posibles decisiones ante la recepción de un mensaje serán transmitir todos los mensajes acumulados ($d_k = 1$) o acumular el mensaje recibido con el resto, sin realizar transmisión ($d_k = 0$).

De cara al análisis posterior, se aplicarán una serie de simplificaciones sobre el modelo general planteado en 3.2. Estas simplificaciones se explicarán

por separado para los dos casos considerados.

3.3.1. Importancias estadísticamente dependientes

En este caso, se considera que el estado está definido como $s_k = (e_k, x'_k, I_k)$, donde x'_k es estrictamente mayor que cero e I_k es un indicador de estado activo; es decir, $I_k = 1$ implica que existe mensaje en el nodo en k e $I_k = 0$ implica que el instante k es un estado inactivo. Así, la importancia del mensaje que exista en el nodo en el instante k podrá escribirse como $x_k = x'_k I_k$.

La primera simplificación que se aplica es suponer que tanto la función de probabilidad de las importancias que recibe el nodo como la de los costes energéticos no varían con el tiempo; i.e: son estacionarios. También, se supone que la distribución de importancias que llega al nodo es independiente de la energía disponible en el nodo y de los costes energéticos.

Una consideración adicional que se ha realizado es suponer que los estados inactivos están distribuidos de forma regular a lo largo de las épocas que atraviesa el nodo, por lo que la probabilidad de $I_{k+1} = 0$ (correspondiente al estado inactivo) es la misma independientemente del estado s_k , denominándose a esta probabilidad de que no se genere ni reciba ningún mensaje en el nodo en un instante determinado p_{idle} .

Las probabilidades de transición entre estados, considerando independencia tal y como se ha explicado, pueden ser descompuestas en un término para x'_{k+1} , otro para e_{k+1} y otro para I_{k+1} . Aplicando todas estas suposiciones, es posible expresar la probabilidad de transición entre estados como

$$p(s_{k+1}|s_k, d_k) = p_e(e_{k+1}|s_k, d_k)p'_X(x'_{k+1}|s_k, d_k) (\delta(I_{k+1})p_{idle} + \delta(1 - I_{k+1})(1 - p_{idle})) \quad (3.3)$$

Aplicando que la importancia de los mensajes futuros no depende de la energía disponible por el nodo en el instante actual, y suponiendo que las decisiones del nodo no afectan a la sucesión de importancias de los mensajes que llegan al mismo, para el término $p'_X(x'_{k+1}|e_k, x'_k, I_k, d_k)$ definido en la ecuación (3.3), es suficiente con definir una distribución para la importancia en un instante dado condicionada al valor de importancia en el instante anterior, quedando $p'_X(x'_{k+1}|e_k, x'_k, I_k, d_k) = p'_X(x'_{k+1}|x'_k, I_k)$.

En cuanto a la distribución energética, se consideran tres costes distintos, todos ellos aleatorios, independientes entre sí y estacionarios: en primer lugar, se define $c_{idle,k}$ como el coste energético de mantener el nodo activo en un instante (época, según la terminología anterior) aunque no se reciba ni genere ningún dato, $c_{rx,k}$ se corresponderá con el coste de recibir o generar un dato, y $c_{tx,k}$ con el gasto energético de retransmitir el dato generado o recibido.

Adicionalmente, se supone que estos costes son independientes del estado del nodo, es decir, que no dependen de la energía disponible en el nodo en dicho instante ni, en el caso de $c_{rx,k}$ y $c_{tx,k}$, del valor de importancia del dato recibido o transmitido.

Es posible expresar el conjunto de decisiones posibles en función del estado de forma rigurosa, definiendo los costes $c_{1,k} = c_{idle,k} + c_{rx,k} + c_{tx,k}$ y $c_{0,k} = c_{idle,k} + c_{rx,k}$, como se detalla en la siguiente ecuación

$$\mathbb{D}(s_k) = \mathbb{D}(e_k, x_k) = \begin{cases} \{\} & \text{si } e_k < (\min\{c_{idle}\} + \min\{c_{rx}\} + \min\{c_{tx}\}) \\ \{idle\} & \text{si } I_k = 0, \\ & e_k \geq (\min\{c_{idle}\} + \min\{c_{rx}\} + \min\{c_{tx}\}) \\ \{0, 1\} & \text{resto de casos} \end{cases} \quad (3.4)$$

Donde $I_k = 0$ es equivalente a $x_k = 0$.

Podremos concretar, también, el término $p_e(e_{k+1}|s_k, d_k)$ de la ecuación (3.3), de la siguiente manera:

$$p_e(e_{k+1}|s_k, d_k) = \begin{cases} p_{c_{idle}}(e_k - e_{k+1}|e_k) & \text{si } d_k = idle \\ p_{c_0}(e_k - e_{k+1}|e_k) & \text{si } d_k = 0 \\ p_{c_1}(e_k - e_{k+1}|e_k) & \text{si } d_k = 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

Donde $p_{c_{idle}}$, p_{c_0} y p_{c_1} representan, respectivamente, las funciones de densidad de probabilidad estacionarias de las variables c_{idle} , c_0 y c_1 . Dado que los costes son aleatorios, el nodo no tiene posibilidad de conocer a priori si dispone o no de suficiente energía para transmitir, por lo que aun en el caso de que el nodo tome la decisión $d_k = 1$, es posible que agote su energía antes de transmitir de manera exitosa el dato, algo que tendrá sus consecuencias a continuación al definir la recompensa obtenida por el nodo. Además, un nodo con información incompleta sobre sus costes energéticos podría no ser consciente de cual es el mínimo de cada uno de ellos, por lo que su espacio de decisiones se vería modificado ligeramente. En este caso, dado que sí es posible acotar inferiormente todos los costes energéticos definidos por cero, bastaría con considerar que el mínimo de c_{idle} , c_{rx} y c_{tx} es cero.

Al respecto de la recompensa, recordando que $x_k = x'_k I_k$, podemos definir para los estados activos $r(e_k, x'_k, I_k = 1, d_k, c_{1,k}) = x_k d_k u(e_k - c_{1,k})$. Así, la recompensa dependiente de estado y acción a utilizar en el MDP cuando $I_k = 1$ será la recompensa esperada por el nodo después de recibir o generar un dato y tomar la decisión sobre su transmisión, quedando $r(e_k, x'_k, I_k = 1, d_k) = \mathbb{E}\{r(e_k, x'_k, I_k = 1, d_k, c_{1,k})|e_k, x_k, d_k\} = \mathbb{E}\{x_k d_k u(e_k - c_{1,k})|e_k, x_k, d_k\} = x_k d_k \mathbb{E}\{u(e_k - c_{1,k})|e_k\} = x_k d_k F_{c_1}(e_k)$, donde F_{c_1} representa la función de distribución de la variable aleatoria c_1 . Lógicamente, en

los estados inactivos la recompensa será cero, con lo que podemos definir la recompensa que obtiene el nodo en función de estado y acción como

$$r(e_k, x_k, d_k) = \begin{cases} x_k d_k F_{c_1}(e_k) & \text{si } I_k = 1 \\ 0 & \text{si } I_k = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

En apartados posteriores, allí donde las distribuciones de importancias consideradas lo han permitido, se ha simplificado la notación utilizando x_k en lugar de x'_k , I_k . Sin embargo, para el caso general y la demostración teórica, conviene el uso del estado compuesto por x'_k e I_k , dado que esto permite mantener de forma rigurosa en el MDP la posibilidad de correlación entre importancias, aun cuando entre ellas exista un estado inactivo.

3.3.2. Acumulación de mensajes en el nodo

En este caso, el estado se define de una forma ligeramente modificada. Al considerar acumulación de mensajes, es necesario definir dos magnitudes distintas: por un lado, x_k representará la importancia agregada (aplicando el factor de descuento γ que se detalla a continuación) de todos los mensajes acumulados en el nodo y \tilde{x}_k representará la importancia del mensaje recibido en el nodo en el instante k . Así, podemos representar el estado del nodo como $s_k = (e_k, x_k, I_k)$, donde I_k es, de nuevo, un indicador de estado activo que valdrá $I_k = 1$ si $\tilde{x}_k > 0$ e $I_k = 0$ si $\tilde{x}_k = 0$.

En primer lugar, se mantienen las mismas consideraciones de estacionariedad e independencia que se establecían en el apartado 3.3.1. Además, se supone que la secuencia de importancias \tilde{x} no está sujeta a dependencia estadística entre instantes consecutivos, con lo que

$$p(s_{k+1}|s_k, d_k) = p_e(e_{k+1}|s_k, d_k)p_X(x_{k+1}|s_k, d_k) \quad (3.7)$$

$$(\delta(I_{k+1})p_{idle} + \delta(1 - I_{k+1})(1 - p_{idle}))$$

El factor γ sirve para penalizar el retardo de acumulación de mensajes en el nodo, de modo que

$$x_{k+1} = \begin{cases} \tilde{x}_{k+1} & \text{si } d_k = 1 \\ \tilde{x}_{k+1} + \gamma x_k & \text{si } d_k = 0 \text{ o } d_k = idle \end{cases} \quad (3.8)$$

Y, consecuentemente,

$$p_X(x_{k+1}) = \begin{cases} p_{\tilde{X}}(x_{k+1}) & \text{si } d_k = 1 \\ p_{\tilde{X}}(x_{k+1} - \gamma x_k|x_k) & \text{si } d_k = 0 \text{ o } d_k = idle \end{cases} \quad (3.9)$$

Con $\gamma \in [0, 1)$ y siendo \tilde{x}_{k+1} la importancia del mensaje que llega al nodo en el instante $k + 1$, x_k la importancia acumulada, según el factor de descuento γ , de todos los mensajes pendientes de transmisión en el nodo en el instante k y $p_{\tilde{X}}$ la función de densidad de probabilidad de \tilde{x} , estacionaria e independiente del instante anterior. Se considera que $x_0 = 0$; es decir, al comienzo de su vida útil, la importancia acumulada en el nodo es nula, al no existir datos almacenados. Este factor de descuento γ , que no está fijado por los parámetros de funcionamiento del nodo y será, por lo tanto, un parámetro libre, es necesario para generar una comparación que lleve a una decisión sobre d_k dependiente de s_k .

Para las transiciones energéticas se utiliza la misma definición anterior (3.5). Lo mismo ocurre con el espacio de decisiones ((3.4)). Por último, la recompensa que obtiene el nodo en función de estado y acción será (3.6). Para dicha equivalencia en todas estas ecuaciones, es necesario recalcar que la definición de I_k se ha modificado levemente en este apartado (refiriéndose a \tilde{x}_k en lugar de a x_k).

Justificación del modelo y características del parámetro

La agregación descontada de importancias busca penalizar la importancia de los mensajes que se acumulan en el nodo, de modo que el MDP converja, y la solución obtenida cumpla una serie de características: los mensajes de mayor importancia tienen un menor retardo medio y cada valor de gamma (para una distribución de importancia dada) se asocia a un retardo medio determinado y a una determinada ganancia en tiempo de vida del nodo. Por una mera cuestión de notación, se ha seleccionado aplicar el factor γ anterior no solo en los instantes en los que el nodo recibe efectivamente un mensaje si no también en los estados inactivos ($\tilde{x}_k = 0$) del mismo.

La idea que subyace detrás de este modelo es la definición de un parámetro simple que permita seleccionar un grado de acumulación de mensajes para su posterior transmisión conjunta. Ya se ha comentado que el parámetro γ definido varía en el intervalo $[0, 1)$; valores más altos de γ implican menos transmisiones para el comportamiento óptimo (un mayor número de mensajes transmitidos en cada conexión), lo que implica un ahorro de energía y conlleva un mayor tiempo de vida para el nodo. A cambio, el retardo que sufrirán los mensajes en el nodo será también más importante. El límite inferior para γ , cuando este parámetro vale cero, equivale conceptualmente al modelo desarrollado en [1] y [2]. Esto implica que existe un límite superior a la proporción de conexiones por número de mensajes recibidos obtenida mediante el parámetro γ . En otras palabras, a medida que el valor de γ tiende a cero, el nodo considera cada vez menos relevantes los mensajes que acumula, hasta que, para $\gamma = 0$, el nodo no diferencia entre acumular mensajes y des-

cartarlos; transmitir con más frecuencia que la correspondiente a ese valor límite es, a todos los efectos, perjudicar la utilidad promedio del nodo.

A pesar del hecho de que existen otros sistemas alternativos que podrían plantearse (i.e: la recompensa del nodo podría ser la importancia del mensaje sin aplicar el factor γ si el retardo que sufre es menor que una cierta cantidad y cero en otro caso); el presentado incluye la penalización por retardo de una forma simple y natural, permite un modelado basado en MDPs y es local, por lo que puede ser implementado en los nodos de forma independiente.

Aunque es de esperar que la energía gastada para transmitir un mensaje se incremente con el número de mensajes transmitidos juntos, por simplicidad se ha considerado que la energía que gasta el nodo al transmitir es independiente del número de mensajes transmitidos. Podría argumentarse que esta decisión supone una pérdida de eficiencia importante para el mecanismo diseñado, aunque, en primer lugar, al existir problemas de sincronización entre nodos y ser habitualmente el canal de transmisión un canal compartido que emplea técnicas de acceso al medio por contienda, gran parte de la energía es empleada en resolución de colisiones por parte del protocolo de acceso al medio, algo que mejorará enormemente al reducir la probabilidad de transmisión de los nodos. Además, este modelo simple es suficiente para acotar las mejoras potenciales alcanzadas aplicando esta idea de agregación de datos y transmisión conjunta. Por último, es posible que en determinadas aplicaciones sea posible aprovechar la redundancia espacial y temporal de la red para combinar estos mensajes en uno solo o un conjunto más reducido de mensajes, con lo que la eficiencia de transmisión se incrementaría y la situación sería más parecida a la planteada en el modelo (ver apartado 2.2 en el capítulo 2).

En resumen, se reaprovecha la formulación anterior para diseñar un algoritmo que sirva para definir los instantes de comienzo y finalización del proceso de acumulación de mensajes en los nodos en base a la solución del MDP ya presentado, dada una medida de importancia de los mensajes que llegan al mismo y un parámetro libre que se relaciona con los requisitos de retardo de la red. El modelo considerado presupone la creación previa de un enrutado en árbol o en cluster desde cada uno de los nodos hasta el gateway.

Dadas las condiciones de estacionariedad que se imponen sobre las distribuciones de importancia en los nodos a la hora de encontrar resoluciones explícitas del MDP, estas rutas deberán ser estáticas, por lo que no se podrá combinar esta técnica con algoritmos de selección dinámica de agregadores del tipo de LEACH [19]. Este algoritmo podría ser incluido únicamente en los nodos agregadores o también en los nodos hoja.

Por último, podría pensarse que, según este sistema, mensajes urgentes con valores de importancia alta que se sitúen entre estados inactivos o mensajes de importancia muy baja podrían quedar bloqueados en el nodo

debido a multiplicaciones sucesivas por γ ; aunque, en primer lugar, una selección cuidadosa de γ y una asignación correcta de valores de importancia a los mensajes reduciría la magnitud de este problema. Además, sería posible modificar el sistema incluyendo un parámetro adicional que disparase la transmisión de mensajes si el nodo recibe uno cuya importancia aislada supere un determinado umbral.

3.4. Estudio de políticas de transmisión óptimas para casos simples

A continuación se lleva a cabo un análisis exacto sobre distribuciones de importancias sencillas para ambos escenarios.

3.4.1. Importancias estadísticamente dependientes

Para llevar a cabo la optimización de la política del nodo para cada estado, debemos considerar por separado los tres tipos de estados definidos en función del conjunto de decisiones posibles. Para el caso de los estados finales del nodo y aquellos en los que no hay mensaje que transmitir, la solución es trivial. En el resto de estados, aplicando la ecuación de Bellman (3.2), tenemos:

$$\begin{aligned} V^*(e_k, x'_k, I_k = 1) &= \max_{d_k \in \{0,1\}} \{r(e_k, x_k, d_k) + \mathbb{E}\{V^*(e_{k+1}, x'_{k+1}, I_{k+1}) | e_k, x'_k, I_k, d_k\}\} \\ &= \max_{d_k \in \{0,1\}} \{x_k F_{c_{1,k}}(e_k) + V_1(e_k, x_k), V_0(e_k, x_k)\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Donde se define $V_1(e_k, x_k) = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{1,k}, x'_{k+1}, I_{k+1}) | e_k, x_k, d_k = 1\}$, $V_0(e_k, x_k) = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{0,k}, x'_{k+1}, I_{k+1}) | e_k, x_k, d_k = 0\}$. En las expresiones de $V_1(e_k, x_k)$ y $V_0(e_k, x_k)$ no se incluye la dependencia con $I_k = 1$, dado que esta está implícita en el hecho de que la decisión sea $d_k = 0$ o $d_k = 1$. Por esta misma razón, recordando que $I_k = 1$ implica $x_k = x'_k I_k = x'_k$, se ha utilizado x_k en lugar de x'_k para la definición de estas magnitudes.

Eliminando la dependencia con d_k de los términos V_1 y V_0 , dado que en las energías esta dependencia se concreta en la utilización de $c_{1,k}$ y $c_{0,k}$, y la sucesión de importancias es independiente de las decisiones (como se vio en 3.3.1), obtenemos $V_1 = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{1,k}, x_{k+1}) | e_k, x_k\}$ y $V_0 = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{0,k}, x_{k+1}) | e_k\}$.

Por lo tanto, partiendo de la ecuación (3.10), si definimos:

$$\mu(e_k, x_k) = \frac{V_0(e_k, x_k) - V_1(e_k, x_k)}{F_{c_{1,k}}(e_k)} \quad (3.11)$$

Podemos expresar la decisión en el instante k como:

$$d_k = \begin{cases} 1 & \text{si } x_k \geq \mu(e_k, x_k) \\ 0 & \text{si } x_k < \mu(e_k, x_k) \end{cases} \quad (3.12)$$

Para este caso, se han seleccionado varias distribuciones de importancia definidas en base a su dependencia con el instante anterior. Se han considerado distribuciones condicionales uniformes, debido a la mayor simplicidad de realizar simulaciones numéricas de este tipo de distribuciones. Las distribuciones concretas analizadas en este apartado, se expresan todas ellas en función de $x_k = x'_k I_k$. Un ejemplo de distribución que utiliza el estado completo $s_k = (e_k, x'_k, I_k)$ puede verse en el capítulo siguiente, en el apartado [4.1.5](#).

Distribución condicional uniforme

La primera distribución considerada es la siguiente, definida en términos condicionales.

$$p(x_{k+1}|x_k) = p_{idle}\delta(x_{k+1}) + (1 - p_{idle})p'(x_{k+1}|x_k) \quad (3.13)$$

Teniendo que:

$$p'(x_{k+1}|x_k) = \begin{cases} U(0, 7) & \text{si } x_k = 0 \\ U(0, 2) & \text{si } 0 < x_k \leq 1 \\ U(5, 7) & \text{si } x_k \geq 6 \\ U(x_k - 1, x_k + 1) & \text{resto de casos} \end{cases} \quad (3.14)$$

Además, consideramos que las energías gastadas en caso de transmitir y no transmitir son deterministas, realizando la simulación para varios valores de las mismas. Denotamos $E_1 = c_{idle} + c_{rx} + c_{tx}$ a la energía gastada en caso de transmitir, $E_0 = c_{idle} + c_{rx}$ a la correspondiente a no transmitir y $E_{idle} = c_{idle}$ a la energía gastada en los instantes en los que no existen mensajes que procesar.

Para simular numéricamente esta distribución, se ha discretizado el eje de importancias de forma uniforme, considerando un número suficiente de puntos en el intervalo $(0, 7)$. De este modo, $\mathbb{E}\{V^*(e_{k+1}, x'_{k+1}, I_{k+1}|e_k, x'_k, I_k = 1, d_k)\}$, necesaria para calcular $\mu(e_k, x_k)$ para los casos $d_k = 0$ y $d_k = 1$, podrá

ser estimada como la media aritmética de los valores concretos de V^* sobre este muestreo discreto de las importancias continuas reales.

Los niveles de energías también se han considerado discretos, aunque en este caso la simulación obtenida es exacta, dado que las energías empleadas en transmitir o no transmitir han sido consideradas deterministas.

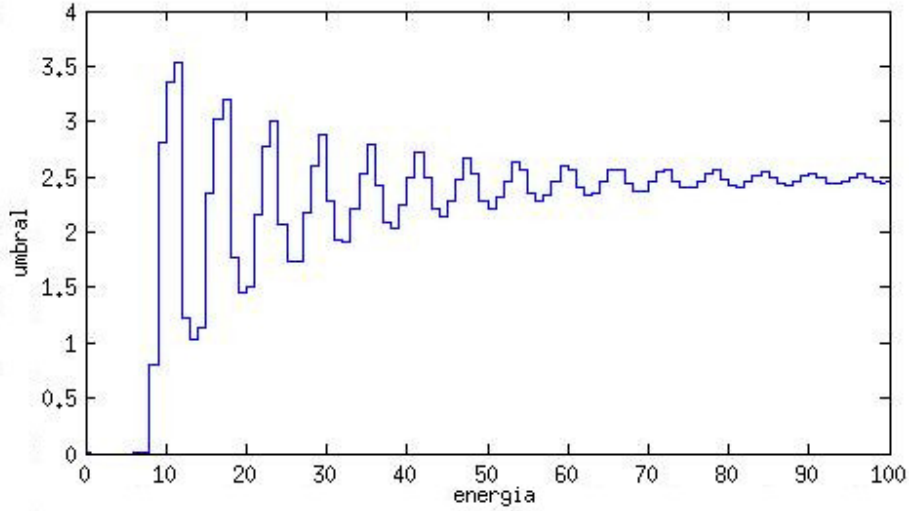


Figura 3.1: Evolución del umbral de transmisión con la energía para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $p_{idle} = 0,2$

Para esta distribución, la decisión de transmisión o no transmisión óptima es una decisión de umbral para todos los niveles de energía, es decir: $d_k = 1$ si $x_k \geq \mu'(e_k)$ y $d_k = 0$ en caso contrario. En la figura 3.1 se observa la evolución de este umbral. Para niveles bajos de energía, el umbral es muy oscilante, aunque la magnitud de la oscilación se reduce asintóticamente con la energía hasta converger a un valor de umbral constante.

Analizando en detalle los valores de energía cercanos a cero, se aprecia como, para valores inferiores a E_1 el umbral no está definido (no hay suficiente energía como para transmitir, por lo que la única decisión posible es no transmitir). Cuando la energía disponible alcanza E_1 , el umbral se sitúa en el valor mínimo de importancia de mensaje, lo que es lógico, ya que en este punto tanto transmitir como no transmitir gastan la energía suficiente como para agotar la capacidad de transmisión del nodo. Cabe resaltar que, de la expresión de importancias condicionadas anterior se puede deducir que:

$$\mathbb{E}\{x_{k+1}|x_k\} = \begin{cases} (1 - p_{idle}) & \text{si } x_k \leq 1 \\ 6(1 - p_{idle}) & \text{si } x_k \geq 6 \\ x_k(1 - p_{idle}) & \text{resto de casos} \end{cases} \quad (3.15)$$

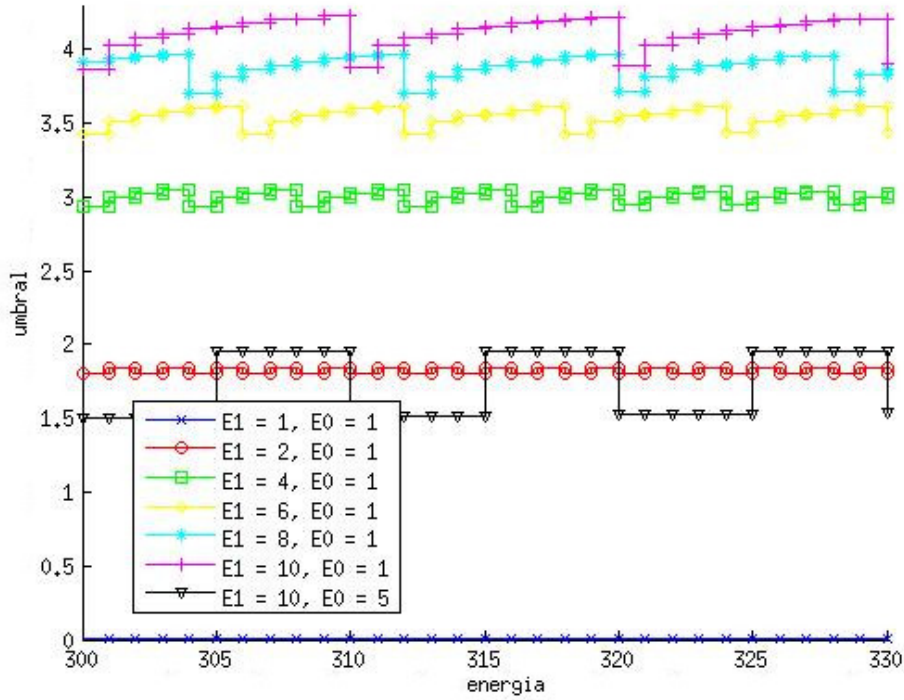


Figura 3.2: Comparación del umbral para varios valores de los parámetros, todos ellos con $p_{idle} = 0$

Por tanto, cuando $e_k = E_1 + E_0$, se da la circunstancia de que transmitir agota la posibilidad de transmisión del nodo, y la esperanza de las importancias futuras se reduce a la esperanza de la importancia en el instante siguiente (vista en (3.15)). Esto es así ya que al no transmitir llegamos al caso anterior, con energía $e_k = E_1$, en el que siempre transmitiremos. Esta esperanza solo es superior a la importancia actual para el caso en el que $x_k < (1 - p_{idle})$. Por esta razón, el valor del umbral es $\mu'(E_1 + E_0) = (1 - p_{idle})$. A partir de ahí, el valor del umbral en función de la energía se incrementa gradualmente, al aumentar el número de puntos de decisión que podemos esperar por un mensaje mejor que el actual. Esta tendencia se mantiene hasta que nos aproximamos a $e_k = 2E_1$, ya que, en este punto, transmitir implica disponer de energía suficiente para realizar dos transmisiones, mientras que esperar implica realizar únicamente una transmisión (aunque pudiendo seleccionar una mejor que la actual), razón por la que el umbral vuelve a disminuir aunque sin llegar al mínimo. Esta periodicidad se mantiene de ahí en adelante reduciendo su amplitud, tendiendo, como ya se ha explicado a un umbral constante. Dicha tendencia asintótica se explicará más en detalles posteriores.

Como es lógico, en los casos extremos, $E_1 \leq E_0$ implicará que siempre se transmitirán los mensajes, independientemente de su importancia, mientras

que $E_0 = 0$, con $E_1 \neq 0$ implicará que sólo se transmitan mensajes de la máxima importancia posible, ya que esperar no supone ningún coste.

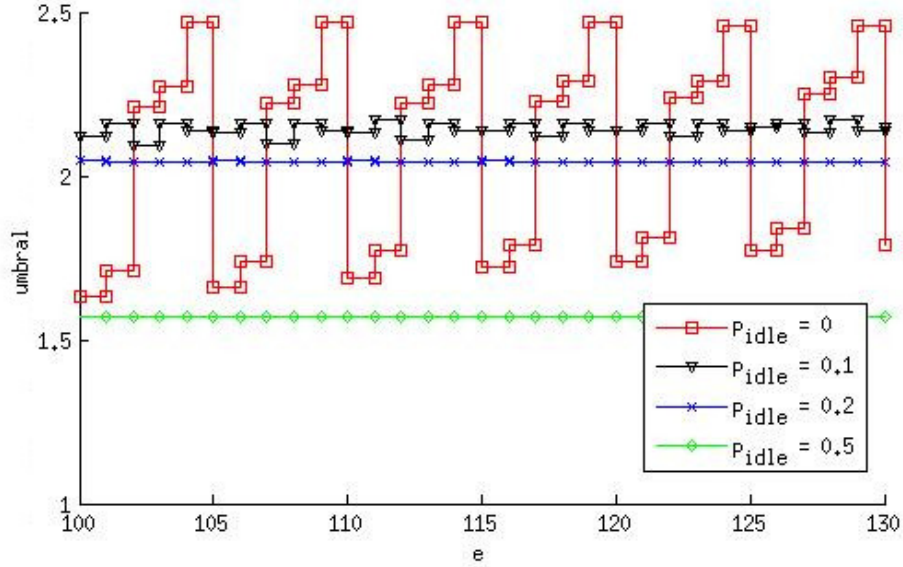


Figura 3.3: Comparación del umbral para varios valores de p_{idle} , para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$ y $E_{idle} = 1$

Adicionalmente, en la figura 3.3 se puede ver como la velocidad de convergencia al umbral asintótico aumenta para valores mayores de p_{idle} , y como un incremento en la frecuencia de estados inactivos disminuye el umbral asintótico. Respecto al primer efecto, es consecuencia de la definición de dependencia estadística considerada solo respecto al instante anterior y de la probabilidad de estado inactivo independiente del valor de importancia, ya que esto provoca que un estado inactivo elimine la dependencia estadística de las importancias de los instantes futuros respecto al instante actual (comportándose desde ese punto según la distribución límite explicada posteriormente en 3.4.1). En distribuciones en las que la dependencia estadística se especifique en relación a varios instantes previos o en las que la probabilidad de transición al estado inactivo dependa de la importancia en el instante k (i.e: eliminando la suposición de homogeneidad independiente de las importancias de los mensajes para los estados inactivos) probablemente no se daría este hecho. La disminución del valor del umbral asintótico para mayor frecuencia de estados inactivos es consecuencia de que los estados inactivos suponen un coste energético para el nodo (para $E_{idle} > 0$, aunque en general será bajo) sin aportar ninguna recompensa.

Distribución de importancias límite

Para el caso que nos ocupa en este apartado, es decir, cuando existe dependencia estadística entre los mensajes consecutivos que llegan al nodo, dentro del MDP que se propone para modelar las decisiones de transmisión del nodo, es evidente que la importancia del mensaje actual en el nodo no depende de las decisiones tomadas por este previamente. Una consecuencia de este hecho es que los valores sucesivos de importancia atraviesan una sucesión de estados definidos por unas probabilidades de transición y sobre los que no es posible definir acciones; o lo que es lo mismo, una cadena de Markov. Este hecho implica que, si la energía disponible en el nodo es suficientemente alta y todos los estados de la cadena de Markov son recurrentes (es decir, el tiempo de retorno a ese estado siempre es finito), entonces la cadena de Markov será indivisible [21] y terminará convergiendo a una distribución estacionaria en la que ningún estado tendrá una probabilidad de aparición nula.

En definitiva, para cualquier valor de importancia dado en el instante $k = 0$, en una cadena de Markov recurrente se tiene que:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} p(x'_{k+i} I_{k+i} | x'_k, I_k) = p_{X_\infty}(x) \quad (3.16)$$

Teniendo en cuenta que la probabilidad de estado inactivo es constante e independiente del estado, tendremos que $p_{X_\infty}(x) = \delta(x)p_{idle} + p_{X'_\infty}(x)(1 - p_{idle})$. En estas expresiones, p_{X_∞} representa la función de densidad de probabilidad límite para x y $p_{X'_\infty}$ la de x' .

Dado que el modelado que se utiliza aquí pretende caracterizar la relación entre importancias consecutivas en mensajes generados o recibidos por el nodo, es lógico suponer que, en general, los distintos valores de importancia sean recurrentes y exista una distribución de importancias límite, que se corresponderá precisamente con las probabilidades a priori de generar o recibir mensajes con un determinado valor de importancia en el nodo. Todas las distribuciones de importancia condicionales empleadas en este capítulo cumplen esta propiedad.

Por ejemplo, la distribución límite de la distribución presentada en el apartado 3.4.1, con $p_{idle} = 0,2$, se corresponde con la figura 3.4.

Se presenta aquí otra distribución condicional uniforme, definida de la siguiente manera.

$$p(x_{k+1}|x_k) = \begin{cases} 1/2 \text{ para } x_{k+1} \in (0, x_k + 1) \cup (4 + x_k, 5), 0 \text{ i.o.c.} & \text{si } x_k \leq 1 \\ 1/2 \text{ para } x_{k+1} \in (0, x_k - 4) \cup (x_k - 1, 5), 0 \text{ i.o.c.} & \text{si } x_k \geq 4 \\ 1/2 \text{ para } x_{k+1} \in (x_k - 1, x_k + 1), 0 \text{ i.o.c.} & \text{i.o.c.} \end{cases} \quad (3.17)$$

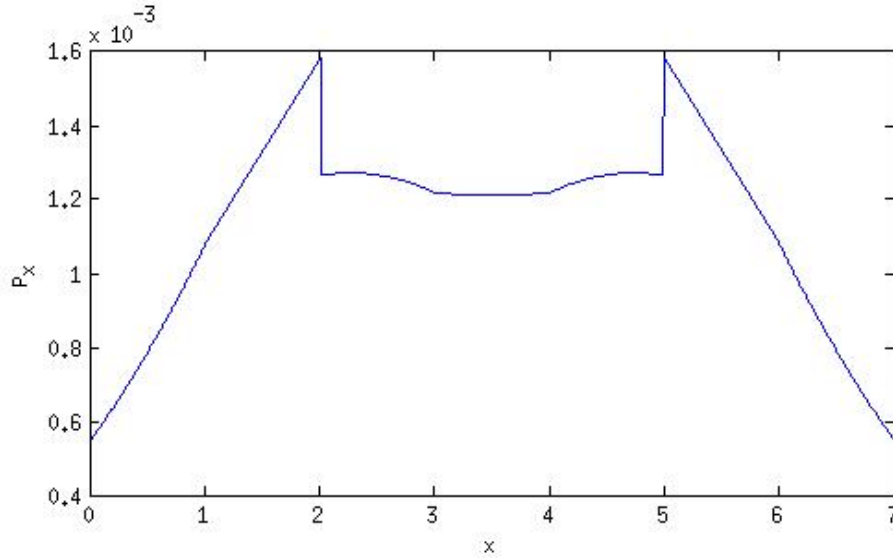


Figura 3.4: Distribución límite de importancias para $p_{idle} = 0,2$ (se presenta solo para $x_k > 0$, dado que p_{idle} es independiente del estado tendremos $p_{\infty}(x_k = 0) = 0,2$)

Esta distribución cumple una característica muy interesante que se aprovechará en el apartado 3.5.2: su distribución estacionaria es uniforme entre 0 y 5. Este hecho no se ha demostrado de forma teórica. Sin embargo, puede argumentarse que, debido a la homogeneidad con la que son seleccionados los valores en la definición de las probabilidades de transición entre valores de importancia, el tiempo medio de retorno a cada estado sea el mismo; dándose la circunstancia de que este tiempo medio de retorno es inversamente proporcional a la probabilidad estacionaria [21]. Además, se ha comprobado mediante simulación que efectivamente se da el caso.

Costes energéticos estocásticos

Al incluir costes no deterministas, existe una diferencia notable entre lo que sucede para el caso de importancias independientes y el caso de importancias dependientes. Ya se ha visto que con costes deterministas el comportamiento óptimo en niveles sucesivos de energía se corresponde con un umbral oscilante con el que comparar x_k que tiende, a medida que $e_k \rightarrow \infty$ a un valor constante, al menos para las distribuciones consideradas. Se utilizará ahora la distribución de energía $p_{c_1}(c_1) = \frac{1}{3}(\delta(c_1 - 5) + \delta(c_1 - 6) + \delta(c_1 - 7))$, $p_{c_0}(c_0) = \frac{1}{3}(\delta(c_0 - 1) + \delta(c_0 - 2) + \delta(c_0 - 3))$ y $p_{c_{idle}}(c_{idle}) = \delta(c_{idle} - 1)$; con $p_{idle} = 0,2$.

Como se ve en la figura 3.5, esta aleatoriedad en los costes no cambia demasiado la distribución para el caso de importancias independientes; sin

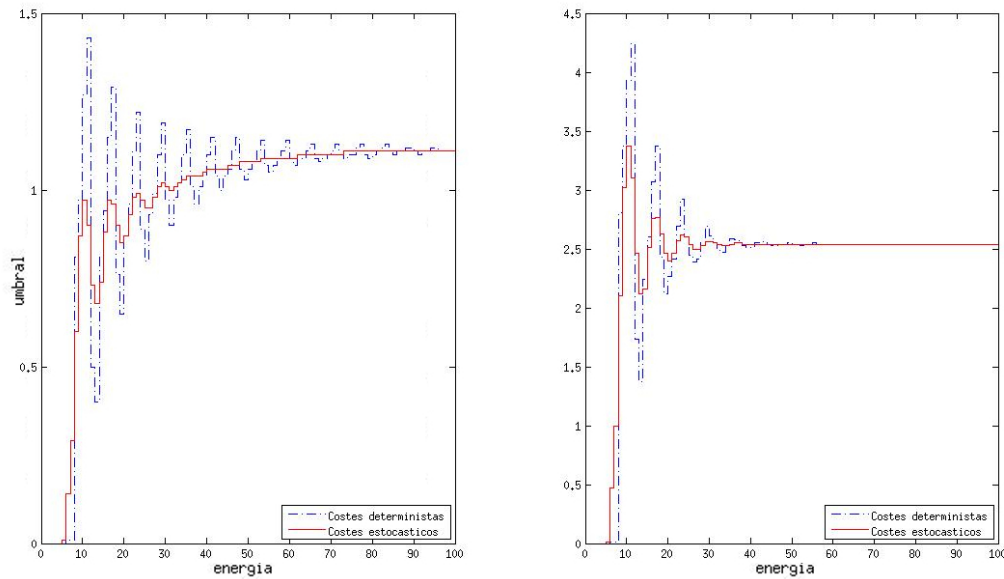


Figura 3.5: Costes energéticos deterministas frente a estocásticos, con la misma media, para la distribución condicional presentada al comienzo de 3.4.1 (izquierda) y para una distribución independiente uniforme $U(0,7)$ (derecha)

embargo, la oscilación en el caso de importancias dependientes es mucho más amortiguada, con un valor de umbral que asciende hasta el valor asintótico en lugar de oscilar en torno a este. También, resulta interesante el hecho de que el umbral asintótico se mantiene en el mismo valor que en el caso anterior en ambos casos.

Distribución con decisión óptima no de umbral para energía baja

Generalizando en cierto modo la distribución presentada al comienzo de este apartado, se ha generado una distribución condicionalmente uniforme cuyo rango de variación cambia senoidalmente. Es decir, para valores de x_k definidos en $[0,7]$, $p'_X(x_{k+1}|x_k > 0, x_{k+1} > 0) = U(a(x_k) - 1, a(x_k) + 1)$ donde $a(x_k) = 3,5 + 2,5 \sin(2\pi x_k)$.

Se ha mantenido la definición de probabilidad de estado inactivo homogénea, y como transición desde el estado inactivo, se ha seleccionado una distribución uniforme $U(0,7)$. A pesar de ser una distribución de transición aparentemente caótica, en la figura 3.6 se puede observar como tiene una distribución asintótica perfectamente definida (lo que es lógico, ya que se corresponde a una cadena de Markov indivisible).

Más aún, si representamos la política de transmisión óptima para esta distribución (3.7), comprobamos como para valores de energía bajos la política óptima de transmisión está compuesta por regiones de transmisión y no

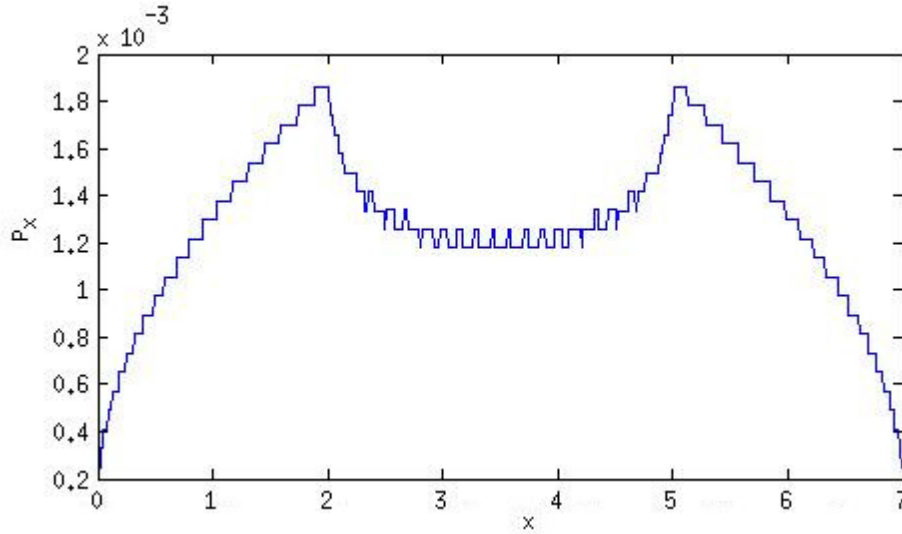


Figura 3.6: Distribución límite para $p'_X(x_{k+1}|x_k > 0, x_{k+1} > 0) = U(a(x_k) - 1, a(x_k) + 1)$ con $a(x_k) = 3.5 + 2.5 \sin(2\pi x_k)$, $p_{idle} = 0.1$ y $p_X(x_{k+1}|x_k = 0, x_{k+1} > 0)$ distribuido como $U(0, 7)$

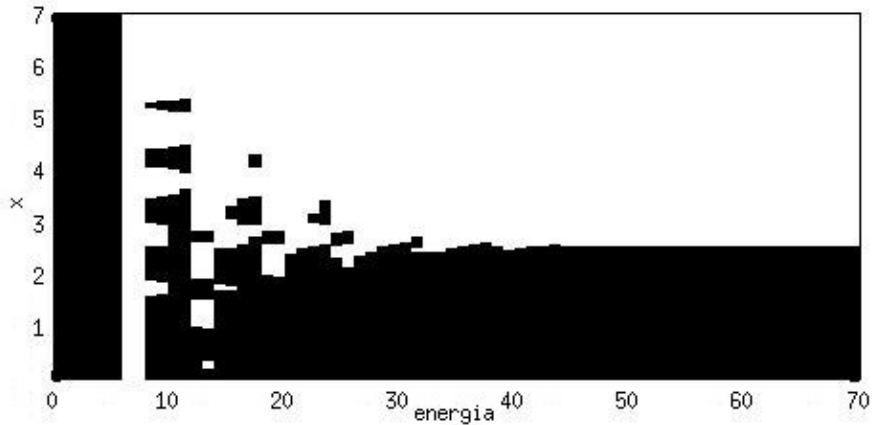


Figura 3.7: Decisión óptima según e_k (eje x en la figura) y x_k (eje y en la figura). La región blanca corresponde a estados en los que la decisión óptima es transmitir y la negra a estados en los que la decisión óptima es no transmitir

transmisión distribuidas de manera relativamente arbitraria, pero la tendencia asintótica se mantiene, siendo para valores altos de energía la política de transmisión óptima una de umbral constante, igual que en el caso anterior.

Distribuciones no uniformes

Además de los resultados incluidos, se han llevado a cabo simulaciones para otras distribuciones no uniformes con mecanismos de discretización análo-

gos a los anteriores. Estas simulaciones no revisten mayor interés, dado que no se han observado comportamientos que difieran significativamente de los previos. A modo de ejemplo, utilizando la función de probabilidad de transición

$$p'_X(x_{k+1}|x_k) = \begin{cases} \frac{2}{7-x_k} - \frac{2}{(7-x_k)^2}x_{k+1} & \text{si } 0 \leq x_{k+1} \leq 7 - x_k \\ 0 & \text{resto de casos} \end{cases} \quad (3.18)$$

Es decir, una distribución triangular con máximo en cero y mínimo en $7 - x_k$, añadiendo, como en casos anteriores, una probabilidad de estado inactivo uniforme e igual a $p_{idle} = 0,1$ y transición uniforme $U(0,7)$ desde el estado inactivo. Para este caso obtenemos una decisión óptima de umbral.

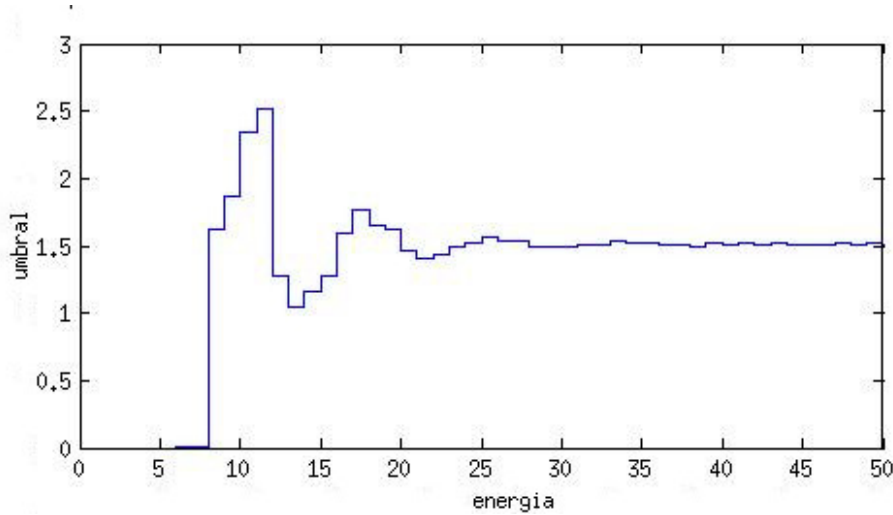


Figura 3.8: Umbral óptimo en función de la energía para distribución triangular según la ecuación (3.18) con $p_{idle} = 0,1$, $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$

3.4.2. Acumulación de mensajes en el nodo

En este caso, el término V_1 de la expresión de la política óptima según la ecuación (3.10) se reduce a $V_1 = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{1,k}, x_{k+1}, I_{k+1})|e_k, x_k, d_k = 1\} = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{1,k}, \tilde{x}_{k+1}, I_{k+1})|e_k\}$. V_0 , por su parte, queda $V_0 = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{0,k}, x_{k+1}, I_{k+1})|e_k, x_k, d_k = 0\} = \mathbb{E}\{V^*(e_k - c_{0,k}, \tilde{x}_{k+1} + \gamma x_k, I_{k+1})|e_k, x_k\}$.

Y, con estos nuevos valores de V_1 y V_0 , podemos reaprovechar el umbral definido en (3.11).

Distribución uniforme

Por razones análogas a las del apartado previo, se considera una distribución de importancia para \tilde{x}_k uniforme. Considerar una distribución uniforme tiene la ventaja numérica adicional de restringir los valores posibles de importancia en el nodo (variable aleatoria x_k), dado que

$$\sum_{i=0}^{\infty} \gamma^i x_i \leq \max(x_k) \sum_{i=0}^{\infty} \gamma^i = \frac{\max(x_k)}{1 - \gamma} \quad (3.19)$$

Condición que se cumple para toda distribución estadística de importancias acotada.

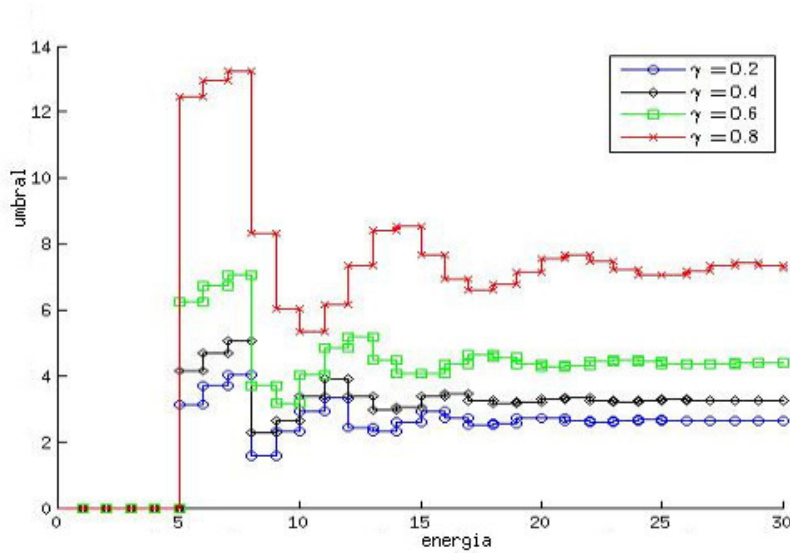


Figura 3.9: Comparación de comportamiento óptimo para distribución uniforme $U(0,5)$, $E_1 = 4$, $E_0 = 1$ y $p_{idle} = 0$ para varios valores de γ

Se observa como la evolución del umbral en función de γ es la esperada y como, también para este caso, existe una tendencia asintótica a un umbral constante para niveles altos de energía.

Comparando distintos valores de p_{idle} volvemos a encontrar el mismo tipo de comportamiento que en el apartado anterior.

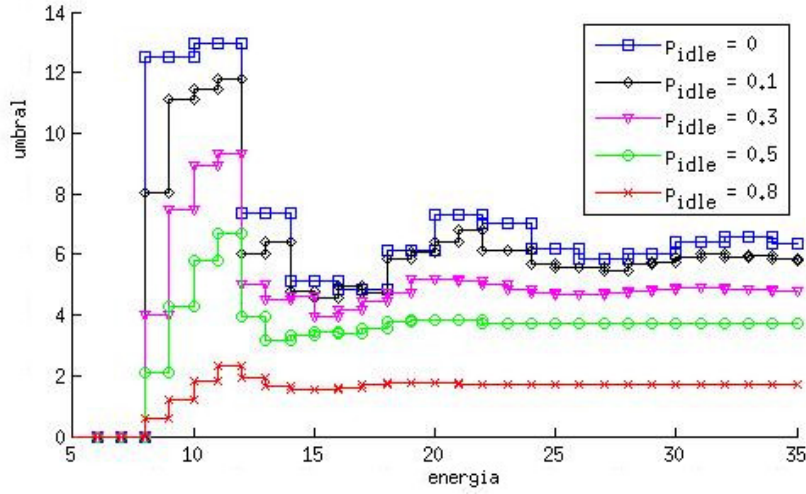


Figura 3.10: Comparación de comportamiento óptimo para distribución uniforme $U(0,5)$, $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $\gamma = 0,8$ para varios valores de P_{idle}

3.5. Deducción de expresiones generales para umbrales asintóticos

En los apartados anteriores se observó el hecho de que la política de transmisión óptima converge en todas las distribuciones consideradas, para niveles altos de energía, a una decisión basada en umbral en la que el umbral no depende del valor de energía. Es decir, parece cumplirse que, para los estados activos, $\lim_{e \rightarrow \infty} \mu(e, x) = \mu(x)$, tal que existe una constante τ^* única, que coincide con el punto en el que $\mu(x) = x$, y sobre la que puede definirse una decisión de umbral independiente de la energía. Así, tenemos que:

$$\lim_{e_k \rightarrow \infty} d_k(e_k, x_k) = d_k(x_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_k \geq \tau^* \\ 0 & \text{si } x_k < \tau^* \end{cases} \quad (3.20)$$

Aunque esta tendencia asintótica no ha podido demostrarse de forma teórica, todas las simulaciones llevadas a cabo, conjuntamente con los resultados previos en [1] y [2] parecen indicar que este sea el caso. En estos papers, se obtenía una expresión para el umbral asintótico, aplicable siempre que el umbral converja a un valor constante, aunque sin demostrar que este sea efectivamente el caso para cualquier distribución de importancias.

En este trabajo se tomará un enfoque ligeramente distinto (aunque, como se verá, básicamente equivalente) que consistirá en encontrar el valor al que converge el umbral óptimo constante independiente de la energía para

valores altos de energía. Utilizando nomenclatura de MDPs, dado el conjunto de estrategias $\pi_\tau(s) = u(x - \tau)$ con $\tau \in [\text{mín}(x), \text{máx}(x)]$, que será un subconjunto de todas las estrategias markovianas y deterministas que podrían seleccionarse, se buscará una estrategia $\pi_{\tau^*}(s) = u(x - \tau^*)$, tal que, a partir de algún valor de energía e' , $\mathbb{E}\{V_{\tau^*}(e, x, I = 1)|e\} \geq \mathbb{E}\{V_\tau(e, x, I = 1)|e\} \forall \tau \in [\text{mín}(x), \text{máx}(x)]$, $e > e'$.

Resulta obvio que, en caso de que la política de transmisión óptima converja a una decisión de umbral constante a medida que la energía disponible tiende a infinito, este umbral asintótico coincidirá con el umbral óptimo constante anterior para valores altos de energía; ya que si ese umbral asintótico existe, a medida que $e_k \rightarrow \infty$, el comportamiento óptimo no constante del nodo en los valores de energía próximos a cero será cada vez más despreciable frente a la región de umbral constante y ambas estrategias serán equivalentes.

Por tanto, para todas las distribuciones en las que se cumpla esta propiedad de umbral óptimo convergente, sustituir el umbral óptimo por su tendencia para valores altos de energía no empeorará mucho el comportamiento óptimo del nodo, suponiendo que este esté cargado al comienzo con energía suficiente para un número alto de transmisiones, reduciendo de forma importante, a cambio, la información necesaria y la capacidad de cómputo requerida. También, aún cuando en algún caso particular no existiese esta tendencia (aunque los resultados experimentales parecen indicar que siempre existirá), sustituir esta política óptima por una decisión de umbral dependiente únicamente de x es una simplificación razonable del funcionamiento selectivo del nodo que, como veremos, permite deducir expresiones relativamente sencillas que dependen únicamente de unos pocos estadísticos relativos a los costes energéticos y distribución de importancias en el nodo.

A continuación se deducirán de forma teórica las expresiones para este umbral óptimo constante para e_k tendiendo a infinito, para el caso de importancias independientes, importancias consecutivas relacionadas estadísticamente e importancias estadísticamente independientes que se acumulan en el nodo.

3.5.1. Importancias independientes

Como paso previo a deducir las expresiones correspondientes a los casos de importancias estadísticamente dependientes que constituyen el núcleo de este trabajo, se deducirá aplicando la ecuación de Bellman la expresión de la política óptima independiente del valor de energía e para el caso de importancias sucesivas independientes presentado en [1]. El objetivo es, por un lado, demostrar la validez del modelo, corroborando que proporciona resultados equivalentes a los desarrollados previamente, y por el otro, sentar una serie de conceptos que simplificarán la deducción posterior.

En primer lugar, el modelado de los estados, probabilidades de transición y decisiones, es equivalente al presentado en 3.3.1, con la salvedad de que la componente de la probabilidad de transición referida a x'_{k+1} se simplifica, ya que $p'_X(x'_{k+1}|x'_k, I'_k) = p'_X(x'_{k+1})$, debido a la independencia entre importancias consecutivas. Esto implica que, en este caso, se podría simplificar la notación utilizando $x_k = x'_k I_k$, aunque se empleará la definición general de estado $s_k = (e_k, x'_k, I_k)$ con el objetivo de proporcionar expresiones generales reutilizables en apartados posteriores. Con la definición de decisión dependiente solo de x'_k definida anteriormente, tendremos que, en los estados en los que se recibe o genera mensaje, $d_k = u(x'_k - \tau^*) = u(x_k - \tau^*)$.

Dado que el modelo planteado es un MDP de horizonte finito, y las recompensas en todos los estados son únicamente los valores de importancia que son efectivamente transmitidos, la función de valor modificada $V_{\tau^*}(e_k, x'_k, I_k)$ podrá escribirse como

$$V_{\tau^*}(e_k, x'_k, I_k) = \begin{cases} x'_k + \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^{T_1} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) | e_k\} & \text{si } d_k = 1 \\ \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^{T_0} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) | e_k\} & \text{si } d_k = 0 \\ \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^{T_{idle}} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) | e_k\} & \text{si } d_k = idle \end{cases} \quad (3.21)$$

Siendo T_1 , T_0 y T_{idle} variables aleatorias dependientes de la energía del nodo en el instante k , e_k , que representan el número de épocas que transcurren desde $k + 1$ hasta que el nodo se queda sin energía (i.e: el tiempo de vida medido en épocas desde $k + 1$), si este transmite o no transmite el mensaje correspondiente al instante k o se encuentra en un estado inactivo, respectivamente.

Podemos redefinir los términos $V_1(e_k, x_k)$ y $V_0(e_k, x_k)$ definidos en (3.10) para el caso de importancias independientes eliminando la dependencia de la esperanza con x'_k , I_k y refiriéndolos a la política de umbral constante óptima, en lugar de a la política óptima (como era el caso previamente).

$$V_1(e_k) = \mathbb{E}\{V_{\tau^*}(e_k - c_{1,k}, x_{k+1}) | e_k\} = \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^{T_1} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) | e_k\} \quad (3.22)$$

$$V_0(e_k) = \mathbb{E}\{V_{\tau^*}(e_k - c_{0,k}, x_{k+1}) | e_k\} = \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^{T_0} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) | e_k\} \quad (3.23)$$

Volviendo a la ecuación del umbral 3.11, es posible cancelar los primeros términos de la resta $V_0(e_k) - V_1(e_k)$ dado que son equivalentes

$$\lim_{e_k \rightarrow \infty} \mu(e_k, x_k) = \frac{V_0(e_k) - V_1(e_k)}{F_{c_1,k}(e_k)} = \mathbb{E}\left\{ \sum_{i=T_1+1}^{T_0} x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*) | e_k \right\} \quad (3.24)$$

Donde se ha aplicado que $F_{c_1,k}(e_k) \rightarrow 1$ cuando $e_k \rightarrow \infty$. Para que la última igualdad sea cierta de forma estricta, es necesario adoptar la convención de que $\sum_{i=a}^b p_i = -\sum_{i=b}^a p_i$, ya que, aunque en general el tiempo de vida transmitiendo en el instante k actual será inferior al tiempo de vida no transmitiendo, es posible que en algún caso concreto, el valor de la variable aleatoria T_1 adopte un valor superior a T_0 .

Es posible simplificar la expresión de $\mu(e_k, x_k)$, partiendo de (3.24) y operando de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \lim_{e_k \rightarrow \infty} \mu(e_k, x_k) &= \mathbb{E}\left\{ \sum_{i=T_1+1}^{T_0} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) \right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{ \sum_{i=T_1+1}^{T_0} \mathbb{E}\{x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*) | T_0, T_1\} \right\} \\ &\approx \mathbb{E}\left\{ \sum_{i=T_1+1}^{T_0} \mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\} \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Donde, en la última expresión, se ha aproximado que el conocimiento de los tiempos de vida T_0 y T_1 de la red no modifica la decisión de umbral óptima. Este hecho no es estrictamente cierto, dado que conocer el tiempo de vida proporciona cierta información sobre los valores futuros de importancias y energías gastados; sin embargo, en general la información que aporte este hecho será prácticamente despreciable en los casos más probables (cuando los valores de T_0 y T_1 se acerquen a su valor medio) y solo proporcionará información en los casos extremos, que son mucho menos probables.

Debido a la esperanza interna y a la suposición de estacionariedad, es posible extraer los $T_1 - T_0$ sumandos, quedando $\lim_{e_k \rightarrow \infty} \mu(e_k, x_k) = \mathbb{E}\{T_1 - T_0\} \mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\}$

El término $\mathbb{E}\{T_1 - T_0\}$ puede reducirse en el caso límite a $\lim_{e_k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\{T_1 - T_0\} = \frac{\mathbb{E}\{e_k - c_{1,k}\}}{\mathbb{E}\{c\}} - \frac{\mathbb{E}\{e_k - c_{0,k}\}}{\mathbb{E}\{c\}} = \frac{\mathbb{E}\{c_{1,k}\} - \mathbb{E}\{c_{0,k}\}}{\mathbb{E}\{c\}}$, donde $\mathbb{E}\{c\}$ representa el coste energético medio en cada época. En definitiva, el tiempo de vida medio del nodo en épocas es la energía de la que dispone entre el gasto energético en cada época. Una forma alternativa de deducir el valor del límite de $\mu(e_k, x_k)$ es considerar $\mathbb{E}\{\sum_{i=T_1+1}^{T_0} \mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\}\}$ como un proceso de Markov con recompensas, en el que la energía disponible por el nodo haría el papel equivalente a la variable temporal. Operando en base a lo que se conoce como

Renewal Theory (generalización de los procesos de Poisson habituales en modelos de Markov en tiempo continuo) [22], obtendríamos el mismo resultado.

Sobre $\mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\}$ se ha aplicado que los costes y distribuciones de importancia son estacionarios y por tanto puede eliminarse el subíndice k en la esperanza. El término $\mathbb{E}\{c\}$, expresado en función de los costes definidos previamente corresponde a

$$\mathbb{E}\{c\} = \mathbb{E}\{c_{idle,k} + (1 - p_{idle})(c_{0,k} + p_{tx}c_{1,k})\} = \mathbb{E}\{c_{idle}\} + (1 - p_{idle})(\mathbb{E}\{c_0\} + p_{tx}\mathbb{E}\{c_1\}) \quad (3.26)$$

Donde p_{idle} fue definida previamente como la probabilidad de estado inactivo y p_{tx} es la probabilidad de transmisión, es decir

$$p_{tx} = p(x' \leq \tau^*) = F_{X'}(\tau^*) \quad (3.27)$$

Siendo $F_{X'}(\tau^*)$ el valor de la función de distribución de x' en τ^* . La expresión resultante para $\lim_{e_k \rightarrow \infty} \mu(e_k, x_k)$ no depende de x_k , por lo que el umbral óptimo constante cuando $e_k \rightarrow \infty$, que se corresponderá con el punto en el que $\tau^* = \mu(e_k, x_k = \tau^*)$, será:

$$\tau^* = \frac{\mathbb{E}\{c_{tx}\}}{\mathbb{E}\{c\}} \mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\} \quad (3.28)$$

Esta última expresión, que da una solución implícita para el umbral óptimo, se corresponde con la deducida en [1]. Para una discusión más detallada sobre la equivalencia entre ambas expresiones, véase apéndice A.

Tasa de recompensas y ganancia de transmisor selectivo

Estas expresiones pueden relacionarse con la tasa de recompensas y la ganancia de transmisor selectivo definidas en [1]. Esto se debe al hecho de que una estrategia de transmisión basada en umbral constante (y por tanto, la estrategia óptima para valores altos de energía, en caso de que esta converja a un valor de umbral constante, como se ha explicado) provoca que la utilidad esperada del nodo $V(e_k, x'_k, I_k)$ crezca de forma lineal. Esto nos permite definir una magnitud, que en [1] se denomina tasa de recompensas (r), cuyo valor, según la terminología empleada aquí, es

$$r = \lim_{e_k \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E}\{V(e_k, x'_k, I_k) | e_k\}}{e_k} = e_k \frac{\mathbb{E}\{xu(x - \tau)\}}{\mathbb{E}\{c\}} \frac{1}{e_k} = \frac{\mathbb{E}\{xu(x - \tau)\}}{\mathbb{E}\{c\}} \quad (3.29)$$

Aplicando un razonamiento análogo al que nos permitió obtener la ecuación (3.28) a partir de (3.25). Esta tasa de recompensas representa la utilidad que obtiene el nodo selectivo de cada unidad energética que consume. La existencia de este límite puede servir, asimismo, de demostración de dicha tendencia lineal para la utilidad.

Consecuentemente, la tasa de recompensas para el umbral óptimo será la tasa de recompensas óptima, y vendrá dada por

$$r_{opt} = \frac{\mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\}}{\mathbb{E}\{c\}} \quad (3.30)$$

Nótese que tanto en r como en r_{opt} , $\mathbb{E}\{c\}$ depende del umbral τ a través de p_{tx}

Esta magnitud nos permite definir la ganancia del transmisor selectivo como el cociente entre la tasa de recompensas óptima y la tasa de recompensas del transmisor no selectivo, que será la tasa de recompensas con $\tau = 0$:

$$r_0 = \frac{\mathbb{E}\{x\}}{\mathbb{E}\{c_{idle}\}p_{idle} + \mathbb{E}\{c_1\}(1 - p_{idle})}$$

Así:

$$G = \frac{r_{opt}}{r_0} \quad (3.31)$$

Ambas cantidades se definen aquí dado que serán empleadas posteriormente en este proyecto.

3.5.2. Importancias estadísticamente dependientes

En este caso, las expresiones para los términos V_1 y V_0 se complican ligeramente debido a la dependencia con x_k , quedando:

$$\begin{aligned} V_1(e_k, x_k) &= \mathbb{E}\{V_\tau^*(e_k - c_{1,k}, x'_{k+1}, I_{k+1}) | e_k, x_k, d_k = 1\} \\ &= \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^{T_1} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) | e_k, x'_k, I_k\right\} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} V_0(e_k, x_k) &= \mathbb{E}\{V_\tau^*(e_k - c_{0,k}, x'_{k+1}, I_{k+1}) | e_k, x_k, d_k = 0\} \\ &= \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^{T_0} (x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)) | e_k, x'_k, I_k\right\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Donde, recordemos, la condición $I_k = 1$ no se incluye de forma explícita en aquellas expresiones en las que se condiciona a la decisión $d_k = 1$ o $d_k = 0$,

respectivamente, dado que estas decisiones solo se definen en estados activos. Podemos anular parte de los sumandos igual que en el caso anterior, quedando

$$\lim_{e_x \rightarrow \infty} \mu(e_k, x_k) = \frac{V_0(e_k, x_k) - V_1(e_k, x_k)}{F_{c_1}(e_k)} = \mathbb{E}\left\{ \sum_{i=T_1+1}^{T_0} x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*) \middle| e_k, x'_k, I_k \right\} \quad (3.34)$$

En esta expresión, suponiendo que la cadena de Markov correspondiente a la importancia de los mensajes sucesivos que llegan al nodo es indivisible, la dependencia de $\mu(e_k, x_k)$ con x'_k, I_k se reduce asintóticamente para valores altos de energía, ya que los valores de x' considerados están más alejados del instante actual, hasta converger a la distribución límite de la cadena de Markov, dejando por tanto de depender de x'_k e I_k . Una vez hecha esta consideración, la expresión previa es completamente equivalente a la obtenida en el caso de importancias independientes, quedando la misma expresión para el umbral.

$$\lim_{e_k \rightarrow \infty} \mu(e_k, x_k) = \mathbb{E}\left\{ \sum_{i=T_1+1}^{T_0} x_i u(x_i - \tau^*) \right\} \approx \frac{\mathbb{E}\{c_{tx}\}}{\mathbb{E}\{c\}} \mathbb{E}\{x_k u(x_k - \tau^*)\} \quad (3.35)$$

Comparación con importancias independientes

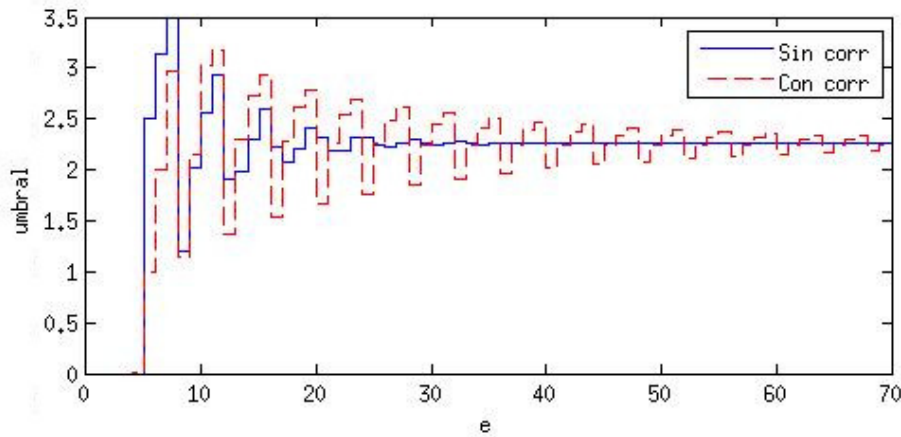


Figura 3.11: Comparación del valor del umbral en función de la energía para distribuciones asintóticas iguales con y sin dependencia estadística, con $E_1 = 4$, $E_0 = 1$ y $p_{idle} = 0$

Se ha visto como la expresión para el umbral óptimo constante para valores de energía tendiendo a infinito coincide en el caso de importancias estadísticamente independientes y en el de dependencia estadística entre importancias consecutivas; sin más que utilizar la distribución de importancias límite ignorando la dependencia entre importancias consecutivas para el caso de dependencia estadística. Este efecto también se ha visto de forma experimental, mediante simulaciones, en las que se aprecia como la tendencia presentada existe, aunque la velocidad de convergencia al umbral asintótico es más lenta en términos de energía.

En particular, en la figura 3.11 se puede ver gráficamente una comparación entre el umbral para el caso de importancias distribuidas con la distribución presentada en el apartado 3.4.1 (i.e: distribución límite uniforme, pero con dependencia estadística entre importancias consecutivas según una determinada forma compuesta por distribuciones también uniformes) y para el caso de importancias distribuidas de forma uniforme sin dependencia estadística entre mensajes consecutivos. Efectivamente, considerando parámetros iguales para la distribución uniforme asintótica y la distribución uniforme independiente, se observa como ambos umbrales convergen al mismo valor, aunque el independiente lo hace para un valor de energía considerablemente inferior.

Si definimos el punto de convergencia del umbral al umbral asintótico como el primer valor de energía para el se cumple que para todo valor de energía superior a este la desviación relativa entre el umbral en dicho valor de energía y el asintótico es inferior al 5 %, entonces, para los parámetros especificados en la figura, tenemos que el umbral alcanza su valor asintótico para $e_k = 55$ para el caso de importancias dependientes estadísticamente según la función de transición expuesta en dicho apartado; y $e_k = 19$ para el caso de importancias independientes distribuidas de forma uniforme.

3.5.3. Acumulación de mensajes en el nodo

En este caso, el razonamiento inicial es análogo al del apartado anterior, definiendo V_1 y V_0 .

$$V_1(e_k) = \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^{T_1} x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*) | e_k, d_k = 1\right\} \quad (3.36)$$

$$V_0(e_k, x_k) = \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^{T_0} x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*) | e_k, x_k, d_k = 0\right\} \quad (3.37)$$

Dado que las importancias se acumulan en el nodo si no se transmite (V_0) y no afectan a la importancia futura al ser transmitidas definitivamente (V_1),

el primer sumatorio no depende de x_k . Utilizando que $x_{k+1} = \gamma x_k(1 - d_k) + \tilde{x}_{k+1}$, si definimos j como el número de instantes temporales (contados desde k , k incluido) que transcurren hasta transmitir por primera vez según una estrategia de umbral constante τ si en el instante k no transmitimos (por lo que será una variable aleatoria con densidad de probabilidad discreta y dependiente de x_k y τ), podremos descomponer V_0 (suponiendo que existe la suficiente energía, algo que se cumplirá para valores altos de e_k) como:

$$V_0(e_k, x_k) = \mathbb{E}\{\gamma^j x_k + \sum_{i=0}^{j-1} \gamma^{j-i-1} \tilde{x}_{k+i} | x_k\} + V'_0(e_k, x_k) \quad (3.38)$$

Donde se ha definido $V'_0(e_k, x_k) = \mathbb{E}\{\mathbb{E}\{\sum_{i=j+1}^{T_0} x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*) | e_k, x_k, j, d_{k+j} = 1\} | e_k, x_k\}$. Sobre V'_0 hacemos un cambio de variable a una nueva variable i' definida como $i' = i - j$, quedando $V'_0(e_k, x_k) = \mathbb{E}\{\mathbb{E}\{\sum_{i'=1}^{T_0-j} x_{k+i'+j} u(x_{k+i'+j} - \tau^*) | e_k, x_k, j, d_{k+j} = 1\} | e_k, x_k\}$. Operando e introduciendo $T'_0 = T_0 - j$, que será una nueva variable aleatoria que se define como el tiempo de vida de la red medido desde el instante $k + j + 1$, para el caso en el que no se transmite durante los $j - 1$ instantes temporales posteriores al instante k y se transmite por primera vez en el instante $k + j$, llegamos a $V'_0(e_k, x_k) = \mathbb{E}\{\mathbb{E}\{\sum_{i'=1}^{T'_0} x_{k+i'+j} u(x_{k+i'+j} - \tau^*) | e_k, x_k, j, d_{k+j} = 1\} | e_k, x_k\}$. En este punto, es posible realizar un desplazamiento de j instantes temporales sobre las variables $x_{k+i'+j}$ y, consecuentemente, sobre d_{k+j} , debido a la suposición de estacionariedad. Este desplazamiento es útil dado que permite obtener un sumatorio en V_0 idéntico al de V_1 (salvo en número de términos del sumatorio, en un caso hasta T'_0 y en otro hasta T_1), que podemos cancelar, igual que en el caso de importancias independientes. Así, retomando la expresión del umbral:

$$\begin{aligned} \mu(e_k, x_k) = & \mathbb{E}\{\gamma^j | x_k, \tau^*\} x_k + \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^j \gamma^{j-i} \tilde{x}_{k+i} | x_k\} - \\ & \mathbb{E}\{\mathbb{E}\{\sum_{i=T'_0+1}^{T_1} x_{k+i} d_{k+i} | e_k, x_k, d_k = 1, j\} | e_k, x_k\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Cancelando los sumatorios correspondientes a T_1 y T'_0 en la zona en la que son equivalentes. De la misma manera que en los casos previos, la dependencia del último sumatorio de la ecuación (3.39) con d_k (y, por tanto, con j) se reduce a medida que e_k aumenta, siendo despreciable en el caso asintótico. Utilizando, análogamente a lo razonado en el apartado anterior, la aproximación $\mathbb{E}\{\sum_{i=T'_0+1}^{T_1} x_{k+i} u(x_{k+i} - \tau^*)\} \approx \mathbb{E}\{(T_1 - T'_0) | e_k, x_k\} \mathbb{E}\{x u(x - \tau^*)\}$, podemos dar una expresión para la diferencia entre T_1 y T'_0 en el límite, utilizando el mismo razonamiento:

$$\begin{aligned}
\lim_{e_k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\{T_1 - T'_0 | x_k\} &= \frac{\mathbb{E}\{(e_k - c_1) - (e_k - c_0 - \sum_{i=1}^{j-1} c_{k+i} - c_1) | x_k\}}{\mathbb{E}\{c\}} \\
&= \frac{\mathbb{E}\{c_0\} + \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^{j-1} c_{k+i} | x_k\}}{\mathbb{E}\{c\}}
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Dado que, para T'_0 , en el instante k no transmitimos, en el instante $k + j$ transmitimos, y el resto se distribuirán entre no transmisiones y estados inactivos. Se observa que la expresión obtenida, y por tanto (3.39), no dependen de e_k . Finalmente, obtenemos la siguiente expresión para el umbral

$$\begin{aligned}
\lim_{e_k \rightarrow \infty} \mu(e_k, x_k) &\approx \mathbb{E}\{\gamma^j | x_k\} x_k + \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^j \gamma^{j-i} \tilde{x}_{k+i} | x_k\right\} \\
&\quad - \frac{\mathbb{E}\{\Delta c | x_k\}}{\mathbb{E}\{c\}} \mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\} = \mu(x_k)
\end{aligned} \tag{3.41}$$

definiendo:

$$\mathbb{E}\{\Delta c | x_k\} = \mathbb{E}\{c_0\} + \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^{j-1} c_{k+i} | x_k\right\} \tag{3.42}$$

En la expresión (3.41), se han eliminado los subíndices del factor $\mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\}$, bajo la consideración de que si la distribución de probabilidad de \tilde{x} es estacionaria y el umbral es constante, x será también estacionaria y, además, convergerá a una distribución límite de importancias en el nodo dentro de la cadena de Markov que se forma al fijar una política de transmisión.

Comportamiento asintótico con x_k

Resulta útil en este punto observar la tendencia de la expresión anterior para valores altos de x_k . Como se verá, $\mu(x_k)$ tiende a una recta oblicua en este caso, y este hecho será usado para proponer más adelante un umbral subóptimo más sencillo de calcular.

En primer lugar, podemos simplificar algunos de los términos de la expresión para $\mu(x_k)$ hallada en (3.41). A medida que $x_k \rightarrow \infty$, si no transmitimos en el instante k , el comportamiento óptimo será transmitir en el siguiente estado no inactivo (si x_k es alto, no transmitirlo en el instante actual implica que en instantes siguientes superará el umbral y la estrategia óptima seguirá siendo transmitirlo; esta simplificación solo es válida para $\gamma > 0$). Por tanto, los $j - 1$ estados intermedios serán todos ellos estados inactivos, y la variable

aleatoria j se comportará según una distribución geométrica de parámetro $p = 1 - p_{idle}$ (correspondiéndose con el éxito de la distribución geométrica el primer instante de tiempo desde k en el que llega un mensaje al nodo). Bajo esta suposición, además, en el sumatorio que aparece en la ecuación (3.41) referido a \tilde{x}_{k+i} , todos los términos serán cero al corresponderse con estados inactivos, salvo el último de ellos, que sabemos que será distinto de cero: $\lim_{x_k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^j \gamma^{j-i} \tilde{x}_{k+i} | x_k\} = \mathbb{E}\{\tilde{x} | \tilde{x} > 0\}$.

Dado que la densidad de probabilidad de una distribución geométrica es conocida, podemos calcular $\mathbb{E}\{\gamma^j\}$ como $\mathbb{E}\{\gamma^j\} = \sum_{k=1}^{\infty} p_j(k) \gamma^k = \sum_{k=1}^{\infty} p_{idle}^{k+1} (1 - p_{idle}) \gamma^k = \frac{1-p_{idle}}{p_{idle}} \sum_{k=1}^{\infty} (\gamma p_{idle})^k = \gamma \frac{1-p_{idle}}{1-\gamma p_{idle}}$.

Por último, aplicando que todos los estados intermedios serán inactivos, $\mathbb{E}\{\Delta c | x_k\} = \mathbb{E}\{c_0\} + \mathbb{E}\{\sum_{i=1}^{j-1} c_{k+i} | x_k\} = \mathbb{E}\{c_0\} + \mathbb{E}\{(j-1)\} \mathbb{E}\{c_{idle}\}$. También, dado que j se distribuye de una forma conocida en este caso: $\mathbb{E}\{j-1\} = \frac{1}{1-p_{idle}} - 1 = \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}}$, quedando finalmente $\mathbb{E}\{\Delta c | x_k\} = \mathbb{E}\{c_0\} + \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}} \mathbb{E}\{c_{idle}\}$.

Con estos valores, demostraremos que existe esta asíntota oblicua y calcularemos su pendiente mediante el límite

$$\begin{aligned} \lim_{x_k \rightarrow \infty} \frac{\mu(x_k)}{x_k} &= \mathbb{E}\{\gamma^j\} + \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x} | \tilde{x} > 0\}}{x_k} \\ &= \frac{\mathbb{E}\{c_0\} + \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}} \mathbb{E}\{c_{idle}\}}{\mathbb{E}\{c\}} \mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\} = \mathbb{E}\{\gamma^j\} \end{aligned} \quad (3.43)$$

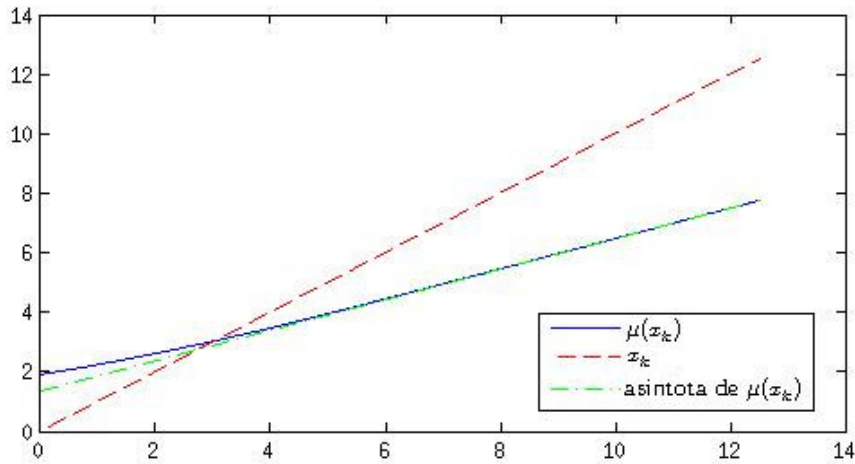


Figura 3.12: Comportamiento de x_k frente a $\mu(x_k)$ y la asíntota de $\mu(x_k)$ para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $p_{idle} = 0,3$, $\gamma = 0,6$ y $\tilde{x} \sim U(0, 5)$

Por otro lado, para calcular el punto de corte con el eje y de la asíntota, calcularemos el siguiente límite

$$\lim_{x_k \rightarrow \infty} \mu(x_k) - \mathbb{E}\{\gamma^j\}x_k = \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} - \frac{\mathbb{E}\{c_0\} + \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}}\mathbb{E}\{c_{idle}\}}{\mathbb{E}\{c\}}\mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\} \quad (3.44)$$

Aplicando todo lo anterior, se obtiene la siguiente expresión para la asíntota:

$$\begin{aligned} r(x_k) = & \gamma \frac{1 - p_{idle}}{1 - \gamma p_{idle}} x_k + \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} \\ & - \frac{\mathbb{E}\{c_0\} + \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}}\mathbb{E}\{c_{idle}\}}{\mathbb{E}\{c\}}\mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Umbral óptimo y alternativa simplificada

Al margen de esta tendencia asintótica, la expresión (3.41) puede evaluarse en $x_k = \tau^*$, con lo que obtendremos una expresión para el umbral óptimo constante.

$$\begin{aligned} \tau^* = \mu(x_k = \tau^*) = & \mathbb{E}\{\gamma^j|x_k = \tau^*\}\tau^* + \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^j \gamma^{j-i}\tilde{x}_i|x_k = \tau^*\right\} \\ & - \frac{\mathbb{E}\{\Delta c|x_k = \tau^*\}}{\mathbb{E}\{c|\tau^*\}}\mathbb{E}\{xu(x - \mu^*)|\tau^*\} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Donde se ha hecho explícita la dependencia del coste energético medio y la esperanza de $xu(x - \tau^*)$ con τ^* , el umbral óptimo sobre x_k .

Reorganizando esta expresión:

$$\tau^* = \frac{\mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^j \gamma^{j-i}\tilde{x}_i|x_k = \tau^*\right\} - \frac{\mathbb{E}\{\Delta c|x_k = \tau^*\}}{\mathbb{E}\{c|\tau^*\}}\mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)|\tau^*\}}{1 - \mathbb{E}\{\gamma^j|\tau^*\}} \quad (3.47)$$

Aunque, con información completa, podrían deducirse las expresiones de los parámetros anteriores, que dependen únicamente de la distribución de importancias de los mensajes que llegan al nodo; la relación entre estos parámetros es compleja, y en algunos casos depende de la distribución límite de x , que depende de una forma no intuitiva de γ .

Una posible simplificación sobre esta última expresión podría ser suponer que el umbral se encuentra sobre la asíntota que acabamos de deducir.

Esta simplificación subestima el umbral óptimo, aunque el sesgo es pequeño para valores de γ altos. Además, experimentalmente, para las distribuciones analizadas, se observa como la evolución del comportamiento del nodo para valores de umbral constante inferiores al óptimo es relativamente plana, con lo que podría compensar la simplificación en el número de términos a estimar.

Este umbral subóptimo propuesto, se corresponde con la intersección entre la recta $x_k = x_k$ y la recta sobre x_k definida por

$$r(x_k, \tau) = \gamma \frac{1 - p_{idle}}{1 - \gamma p_{idle}} x_k + \mathbb{E}\{\tilde{x} | \tilde{x} > 0\} - \frac{(1 - p_{idle})\mathbb{E}\{c_0\} + p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\}}{(1 - p_{idle})\mathbb{E}\{c|\tau\}} \mathbb{E}\{xu(x - \tau) | \tau\} \quad (3.48)$$

Nótese que esta segunda recta tendrá la misma pendiente que la asíntota, y se corresponderá con la asíntota para $r(x_k, \tau^*)$. Sin embargo, en general, no se cumplirá que $r(x_k = \tau^*, \tau^*) = \tau^*$ (tal y como sucedía con el valor de $\mu(x_k)$, para el que $\mu(x_k = \tau^*) = \tau^*$). En su lugar, parece lógico pensar que existirá algún $\hat{\tau}$ tal que $r(x_k = \hat{\tau}, \hat{\tau}) = \hat{\tau}$, y esta será la solución aproximada que utilizaremos como estimación subóptima del umbral óptimo constante.

La expresión directa, aunque implícita, de este umbral subóptimo será:

$$\hat{\tau} = \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}\} - \frac{(1 - p_{idle})\mathbb{E}\{c_0\} + p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\}}{(1 - p_{idle})\mathbb{E}\{c|\hat{\tau}\}} \mathbb{E}\{xu(x - \hat{\tau}) | \hat{\tau}\}}{1 - \gamma_{ef}} \quad (3.49)$$

Donde $\gamma_{ef} = \gamma \frac{1 - p_{idle}}{1 - \gamma p_{idle}}$. Esta expresión parece tener una única solución en el intervalo $(0, \tau^*)$. Una discusión más detallada puede encontrarse en el apéndice B.

Estudio crítico del umbral propuesto

Además del hecho de que el umbral subóptimo al que se pretende converger se encuentra en el intervalo $(r(\tau^*), \tau^*)$ explicado en el apéndice B, es posible establecer una cota para el error entre el umbral propuesto y el óptimo en base a unos pocos parámetros característicos del nodo y las importancias.

La cota que se presenta es en principio válida para $\gamma = 0$, ya que utiliza la expresión óptima para el umbral del transmisor selectivo sin acumulación, que, como ya se ha comentado, es conceptualmente idéntico a la acumulación de mensajes para dicho γ . Esta cota será válida para todo el rango de valores de γ si el error es efectivamente máximo en $\gamma = 0$, algo que parece ser el caso en simulación. Además, es lógico pensar que el error del estimador sea máximo en $\gamma = 0$, ya que la simplificación que se ha realizado puede verse

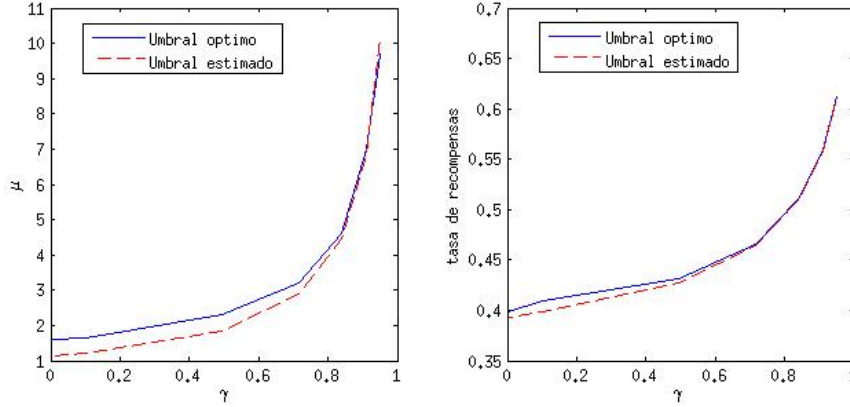


Figura 3.13: Comparación entre umbral óptimo y estimado (izquierda) y sus tasas de recompensas (derecha) para distribución exponencial de parámetro $\lambda = 2$ y con $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $p_{idle} = 0,2$

como suponer que, si $x_k = \tau^*$, entonces $x_k \gamma^i = x_k = \tau^*$, donde i es el número de instantes temporales hasta transmitir. Esta simplificación es más errónea cuanto menor sea el valor de γ .

En primer lugar, el umbral subóptimo $\hat{\tau}$ siempre será inferior al óptimo (ver apéndice B). De modo que $err = |\tau^* - \hat{\tau}| = \tau^* - \hat{\tau}$. Utilizando que $\hat{\tau} \in (r(\tau^*), \tau^*)$, tenemos que $err \leq \tau^* - r(\tau^*) = \tau^* - \tau^* \gamma_{ef} - \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} + (\mathbb{E}\{c_0\} + \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}} \mathbb{E}\{c_{idle}\}) \frac{\mathbb{E}\{xu(x-\tau^*)\}}{\mathbb{E}\{c\}}$.

Para $\gamma = 0$, podemos simplificar esta expresión, llegando a

$$err \leq \tau^* - \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} + (\mathbb{E}\{c_0\} + \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}} \mathbb{E}\{c_{idle}\}) \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}u(\tilde{x} - \tau^*)\}}{\mathbb{E}\{c\}} \quad (3.50)$$

Donde se ha sustituido x por \tilde{x} dado que ambas variables son equivalentes si $\gamma = 0$.

La expresión para el umbral óptimo para $\gamma = 0$ es conocida, ya que como se ha dicho coincide con el del transmisor selectivo. Así, partiendo de (3.50), sustituyendo τ^* por su valor según (3.28), y utilizando la magnitud r_{opt} definida en (3.30), obtenemos $err = |\tau^* - \hat{\tau}| \leq (\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})r_{opt} - \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} + (\mathbb{E}\{c_0\} + \frac{p_{idle}}{1-p_{idle}} \mathbb{E}\{c_{idle}\})r_{opt} = \frac{p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\} + (1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_1\}}{1-p_{idle}} r_{opt} - \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\}$. Sobre esta última expresión, sacando factor común, aplicando que $\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} = \mathbb{E}\{\tilde{x}\}(1-p_{idle})$, que $r_0 = \frac{\mathbb{E}\{x\}}{\mathbb{E}\{c_{idle}\}p_{idle} + \mathbb{E}\{c_1\}(1-p_{idle})}$ y la definición de ganancia según (3.31), tenemos $err = |\tau^* - \hat{\tau}| \leq \frac{p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\} + (1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_1\}}{1-p_{idle}} (r_{opt} - r_0) = \frac{p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\} + (1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_1\}}{1-p_{idle}} r_0 (G - 1) = \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} (G - 1)$.

Finalmente, queda una expresión simple sobre la que es posible aplicar la

cota para la ganancia derivada en [1]: $G \leq \frac{\sqrt{\mathbb{E}\{\tilde{x}^2|\tilde{x}>0\}}}{\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x}>0\}} \frac{1+\rho}{\sqrt{\rho}}$.

$$err \leq \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} \left(\frac{\sqrt{\mathbb{E}\{\tilde{x}^2|\tilde{x} > 0\}}}{\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\}} \frac{1+\rho}{\sqrt{\rho}} - 1 \right) \quad (3.51)$$

Donde $\rho = \frac{(1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_{tx}\}}{(1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_{rx}\} + \mathbb{E}\{c_{idle}\}}$. Simplificando, esto implica que cuando $\rho \rightarrow \infty$ la cota del error crecerá como $err \sim \sqrt{\mathbb{E}\{\tilde{x}^2\}}\sqrt{\rho}$ para $p_{idle} = 0$. En general, queda claro que la cota del error se incrementa con la ganancia, y por tanto con el cociente entre la energía empleada en instantes en los que existe transmisión y aquellos en los que no existe transmisión. Dado que en ciertos tipos comunes de redes se espera que el coste de transmitir sea considerablemente superior al de no transmitir (i.e: un ρ elevado), el umbral estimado definido podría no ser suficientemente preciso en estas implementaciones.

En la figura 3.13 puede verse la evolución del umbral óptimo y el estimado para un conjunto de parámetros típico y una distribución de importancias exponencial, en función de gamma.

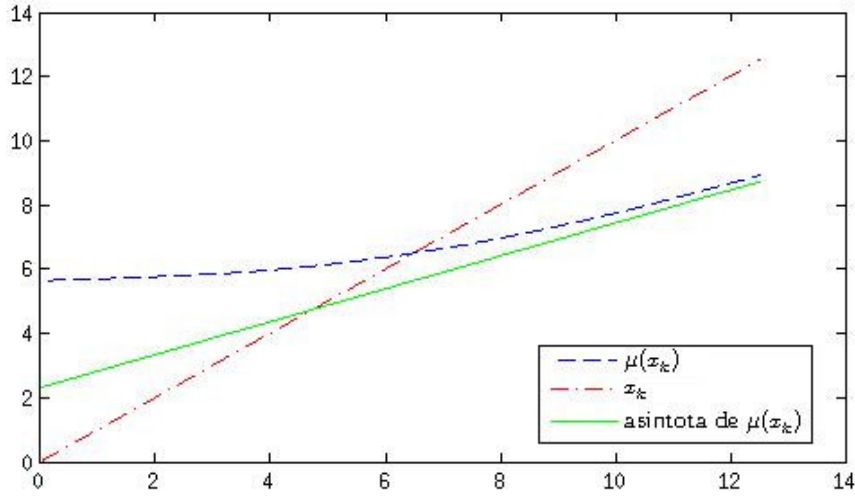


Figura 3.14: Comportamiento de x_k frente a $\mu(x_k)$ y $\lim_{x_k \rightarrow \infty} \mu(x_k)$ para $E_1 = 75$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $p_{idle} = 0,3$, $\gamma = 0,6$ y $\tilde{x} \sim U(0, 5)$

También resulta problemático que la estimación del umbral caiga por debajo del umbral óptimo para el caso límite ($\mu^*(\gamma = 0)$), dado que esto significa que el algoritmo diseñado proporciona una utilidad inferior a la de un mecanismo de transmisión selectiva simple, como el desarrollado en [1], para dichos casos.

Podría proponerse un umbral alternativo que incorporase para γ cercano a cero la expresión para el umbral óptimo disponible en este caso. Sin embargo,

en las simulaciones llevadas a cabo se ve como el error cometido en la estimación es razonablemente bajo para los parámetros utilizados, especialmente para valores de γ elevados. Además, para las distribuciones de importancias que se han probado, la evolución de la utilidad del nodo en función del umbral es relativamente plana para umbrales algo por debajo del óptimo, aunque no puede garantizarse que esto sea así para todas las distribuciones ni que sea suficientemente relevante para valores de ρ elevados.

Pese a las limitaciones planteadas para el umbral empleado, se considera que sus características generales y, especialmente, la expresión comparativamente simple del mismo respecto al óptimo, hacen de él una opción válida sobre la que se hará un estudio más detallado en el próximo capítulo.

Capítulo 4

Modelado práctico

Sobre la base del modelo teórico desarrollado en el capítulo anterior, se presentará aquí un análisis detallado en base a simulaciones en Matlab, con el objetivo de respaldar las conclusiones teóricas previas, mostrar la efectividad del sistema, exponer los problemas que existen y resaltar ciertas características de importancia.

Para ello, en primer lugar, se considerará el primer escenario de los dos analizados teóricamente: dependencia estadística entre las importancias de los mensajes consecutivos que llegan al nodo, consecuencia de la correlación espacial y temporal inherente a la red. Sobre este escenario, se propondrá un estimador para el umbral asintótico derivado en el apartado anterior y se llevarán a cabo dos tipos de simulaciones.

El primer tipo considerará la existencia de un único nodo, sobre el que se evaluará el mecanismo de transmisión selectiva. Se comparará la eficacia del nodo en distintas configuraciones, diferenciando umbral óptimo, umbral constante y nodo no selectivo, resaltando los parámetros de funcionamiento relevantes. A continuación, se plantearán configuraciones de red simples con el objetivo de observar el funcionamiento del mecanismo descrito en redes compuestas por varios nodos.

Por último, se repetirá el mismo procedimiento para el caso de acumulación de mensajes en el nodo, proponiendo un estimador para el umbral subóptimo para el que se ha derivado una expresión teórica en el apartado anterior, y realizando simulaciones de nodo aislado y red.

4.1. Importancias estadísticamente dependientes

Ya se ha observado que, para el caso en el que un nodo recibe mensajes con importancias estadísticamente dependientes, el umbral constante asintótico converge al mismo valor que en el caso en el que estas importancias no están correladas, para distribuciones de importancia límite equivalentes.

A continuación se presenta el algoritmo utilizado para estimar las distintas magnitudes estadísticas de interés, las simulaciones llevadas a cabo para respaldar el diseño y la comparación de la eficiencia de este sistema con el caso en el que no se considera relación estadística entre importancias consecutivas y con nodos no selectivos.

4.1.1. Estimador del umbral

La expresión obtenida para el umbral en este caso es equivalente a la obtenida en los artículos anteriores que exploraban este modelo ([1], [2]); y puede, de hecho, ser reducida a la expresión (2.1) sin más que llevar a cabo ciertas manipulaciones (ver apéndice A). Por esta razón, puede emplearse como estimador la expresión (2.3), derivada en [2].

Con respecto a la estimación de las energías, se ha tratado de proponer un algoritmo que converja rápidamente al principio, manteniendo para el resto de la vida útil del nodo una pequeña capacidad de adaptación que favorezca la robustez del comportamiento selectivo del nodo ante cambios en los perfiles energéticos, manteniendo a la vez una baja carga computacional y unos requisitos de almacenamiento reducidos. Por estas razones, se han empleado las expresiones

$$\bar{c}_{1_k} = \begin{cases} \bar{c}_{1_{k-1}} & \text{si } d_{k-1} = 0 \text{ o } d_{k-1} = idle \\ (1 - \frac{1}{k_1})\bar{c}_{1_{k-1}} + (\frac{1}{k_1})(e_k - e_{k-1}) & \text{si } d_{k-1} = 1, k_1 < 100 \\ 0,99\bar{c}_{1_{k-1}} + 0,01(e_k - e_{k-1}) & \text{si } d_{k-1} = 1, k_1 \geq 100 \end{cases} \quad (4.1a)$$

$$\bar{c}_{0_k} = \begin{cases} \bar{c}_{0_{k-1}} & \text{si } d_{k-1} = 1 \text{ o } d_{k-1} = idle \\ (1 - \frac{1}{k_2})\bar{c}_{0_{k-1}} + \frac{1}{k_2}(e_k - e_{k-1}) & \text{si } d_{k-1} = 0, k_2 < 100 \\ 0,99\bar{c}_{0_{k-1}} + 0,01(e_k - e_{k-1}) & \text{si } d_{k-1} = 0, k_2 \geq 100 \end{cases} \quad (4.1b)$$

$$\bar{c}_{idle_k} = \begin{cases} \bar{c}_{idle_{k-1}} & \text{si } d_{k-1} = 0 \text{ o } d_{k-1} = 1 \\ (1 - \frac{1}{k_3})\bar{c}_{idle_{k-1}} + \frac{1}{k_3}(e_k - e_{k-1}) & \text{si } d_{k-1} = idle, k_3 < 100 \\ 0,99\bar{c}_{idle_{k-1}} + 0,01(e_k - e_{k-1}) & \text{si } d_{k-1} = idle, k_3 \geq 100 \end{cases} \quad (4.1c)$$

Donde k_1 , k_2 y k_3 representan el número de estados de transmisión, recepción e inactivos, respectivamente, desde el comienzo de la vida del nodo. Aprovechando este índice k_3 , se ha estimado p_{idle} como el número de estados inactivos desde el comienzo del funcionamiento del nodo dividido por el número total de estados pasados, es decir: $p_{idle} = \frac{k_3}{k}$.

Las distribuciones energéticas y relaciones entre los distintos costes energéticos dependerán completamente de la aplicación; aunque en general el nodo dispondrá de un nivel de energía bajo. Por ejemplo, para redes estáticas y densas, se tendrá que $c_{tx} \approx c_{rx}$, mientras que para redes móviles sobre canales con desvanecimiento, $c_{tx} \gg c_{rx}$ [1]. En simulaciones posteriores se adoptarán como valores de compromiso las energías constantes $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $E_{idle} = 0$, y un total de energía en el nodo de $E = 10000$ unidades energéticas (salvo en donde se indique lo contrario).

4.1.2. Comparación para distribución asintóticamente uniforme

En lo que resta de este apartado, se adoptará la siguiente terminología para referirse a las diferentes estrategias de transmisión que se comparan: se denominará NS a la estrategia de transmisión no selectiva, Opt. ind. a la estrategia de transmisión óptima para importancias independientes, Opt. dep. a la estrategia óptima correspondiente a importancias estadísticamente dependientes, CO a la estrategia de umbral constante óptima y EO al estimador máquina presentado en 4.1.1. Para más detalle y como referencia, en el apéndice C se presenta una tabla con todos los tipos de nodos comparados en este capítulo.

De cara a evaluar la velocidad de convergencia de la estimación del umbral en el nodo, se ha empleado la distribución

$$p(x_{k+1}|x_k) = \begin{cases} \frac{1}{a} & \text{para } x_{k+1} \in (0, x_k - 5 + a/2) \cup (x_k - a/2, 5) & \text{si } x_k + \frac{a}{2} > 5 \\ \frac{1}{a} & \text{para } x_{k+1} \in (0, x_k + a/2) \cup (x_k - a/2 + 5, 5) & \text{si } x_k - \frac{a}{2} < 0 \\ \frac{1}{a} & \text{para } x_{k+1} \in (x_k - a/2, x_k + a/2) & \text{i.o.c.} \end{cases} \quad (4.2)$$

Para todo $k > 0$ y con $p_0 \sim U(0, 5)$. Esta distribución, con $a = 2$, es equivalente a la ya presentada en el apartado 3.4.1. Es decir, una distribución de importancias asintóticamente uniforme, que se define a partir de su relación condicional, también uniforme, con la importancia en el instante anterior. Por simplicidad, se ha considerado que $p_{idle} = 0$, y los perfiles energéticos constantes presentados anteriormente.

En la figura 4.1 se muestra la comparación entre la utilidad total del

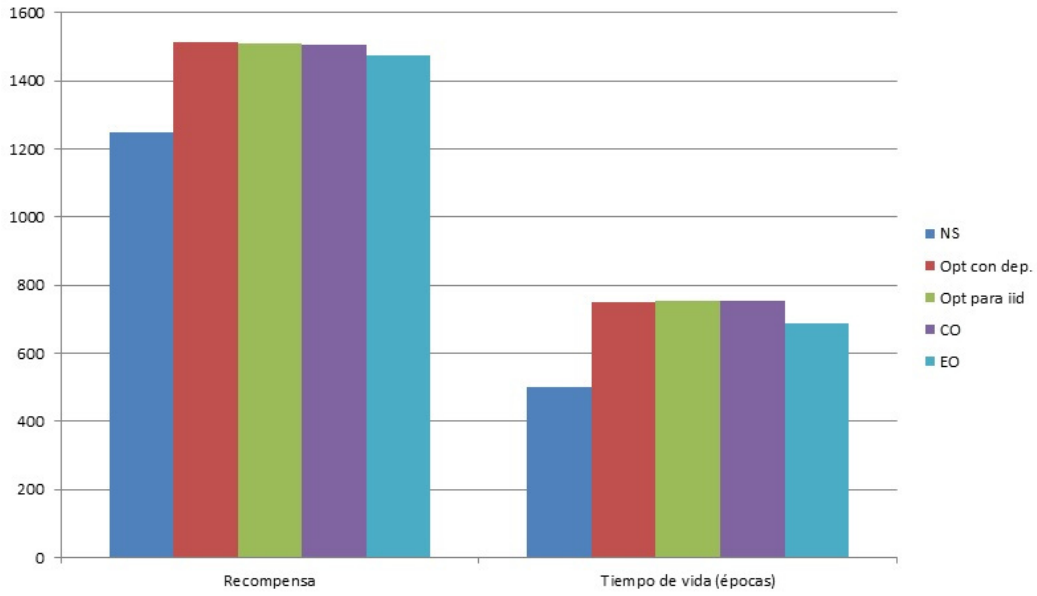


Figura 4.1: Comparación de recompensas y tiempos de vida para distintos umbrales para $E = 2000$, $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$ y x según (4.2) con $a = 2$

nodo y el número de instantes temporales de duración de la batería para distintas estrategias: nodo no selectivo (NS), estrategia óptima teniendo en cuenta la relación estadística entre instantes consecutivos (Opt. dep.), estrategia óptima sin tener en cuenta esta relación (Opt. ind.), estrategia de umbral constante óptima (CO) y, por último, estimador presentado en el punto anterior (EO).

4.1.3. Magnitud de la dependencia estadística

Aunque la expresión para el umbral constante asintótico sea equivalente en los casos de importancias dependientes e independientes, la estimación de los parámetros necesarios sí se ve deteriorada debido a la dependencia estadística. Esto es así porque al existir dependencia entre las importancias de datos consecutivos, es necesario disponer de un mayor número de valores de importancia para estimar con precisión los estadísticos referidos a la distribución límite necesarios. En la gráfica 4.2 se puede ver este efecto sobre la distribución de importancias presentada en la ecuación (4.2), que para $a = 2$ es equivalente a la presentada en 3.4.1, y para $a = 5$ se corresponde con una distribución uniforme sin dependencia estadística.

Nótese que en la figura 4.2, y en algunas de las siguientes, el eje x está rotulado en términos de energía en el nodo, estando a la izquierda el valor de energía más bajo (final de la vida útil del nodo) y a la derecha la carga máxima de la batería. Esto implica que tanto en esta figura como en todas

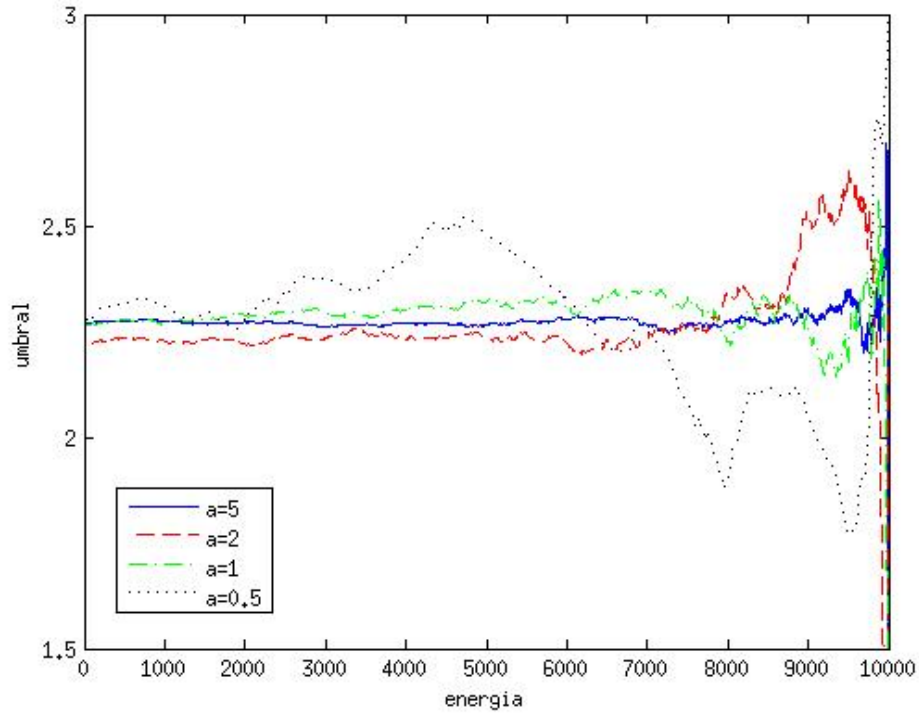


Figura 4.2: Comparación entre valor de a y tiempo de convergencia

las demás que están expresadas en función de la energía de esta manera, la evolución temporal ha de verse de derecha a izquierda.

a	Correlación	Recompensa (\pm error)	Tiempo de vida (\pm error)
5	0	7509.2 ± 13.7	3776 ± 6.1
2	0.3421	7498.4 ± 21.6	3793.0 ± 18.4
1	0.510	7542.9 ± 57.4	3765.3 ± 24.5
0.5	0.603	7412.5 ± 123.4	3715.7 ± 64.4

Tabla 4.1: Correlación entre x_k y x_{k+1} , recompensa total y tiempo de vida en función de a para energías definidas anteriormente, para estrategia EO

Valores de $a \in (0, 5]$ proporcionan distintos valores de correlación entre importancias consecutivas y, consecuentemente, afectan al tiempo de convergencia y características del nodo. El mayor error que existe para valores de a inferiores es consecuencia de la mayor lentitud con la que oscila entre importancias alejadas la distribución de importancias en ese caso. Se puede observar como valores inferiores de a proporcionan mayor variabilidad en las características del nodo, degradando ligeramente su utilidad promedio.

4.1.4. Perfiles de energía

En este punto, se comparará la evolución del umbral y las características de recompensa total y tiempo de vida del nodo en función del cociente entre energía gastada en estados que incluyen transmisión y aquellos que no lo incluyen. En lo que prosigue, se considera $p_{idle} = 0$, y se dan distintos valores para el cociente E_1/E_0 .

E_1/E_0	Recompensa (\pm error)	Ganancia	Tiempo de vida medio
1	25036 ± 112.8	1.00	10000
2	13361 ± 119.6	1.06	5787
4	7503 ± 146.8	1.20	3758
6	5353 ± 37.1	1.28	2990
8	4231 ± 20.2	1.35	2531
50	821 ± 4.2	1.64	1036

Tabla 4.2: Recompensa total media, ganancia y tiempo de vida para EO en función de E_1/E_0 para x según (4.2) con $a = 2$, promediados para 10 iteraciones

La ganancia en utilidad de la estrategia EO, definida previamente como el cociente entre la utilidad que proporciona el algoritmo selectivo respecto a la utilidad de un nodo no selectivo en las mismas circunstancias, aumenta a medida que aumenta la proporción entre el gasto energético con transmisión y sin transmisión, como se observa en la tabla 4.2 y de forma coherente con los resultados obtenidos para distribuciones de importancias independientes [1].

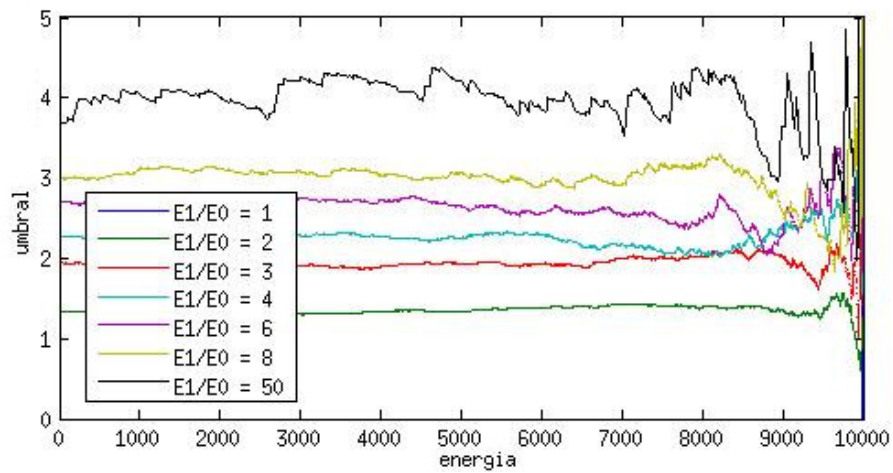


Figura 4.3: Comparación de umbral en función de E_1/E_0 , $p_{idle} = 0$, x según (4.2) con $a = 2$

Teniendo en cuenta que el tiempo de vida de un nodo NS será simplemente $E/E_1 = 10000/E_1$ (para $p_{idle} = 0$), se observa que aunque el mecanismo propuesto busca en principio maximizar la utilidad del nodo, este proporciona una mejora muy relevante en el tiempo de vida del nodo, en especial, de nuevo, para valores altos de energía de transmisión.

Al respecto del umbral, como se preveía, valores más elevados de coste energético de transmisión respecto al de recepción, provocan que el nodo sea más selectivo en los mensajes que retransmite. También, en 4.3 se observa como valores más altos del cociente E_1/E_0 empeoran el tiempo de convergencia del estimador.

4.1.5. Estados inactivos

En este punto, se propone una distribución de importancias distinta a las empleadas hasta ahora con un doble objetivo. En primer lugar, porque resulta conveniente, de cara a realizar simulaciones de red con distribuciones de importancia condicionales realistas, utilizar un modelo más genérico que las importancias condicionalmente uniformes anteriores. Por esta razón, se ha seleccionado un modelo de importancias lognormal.

También, con el objetivo de demostrar que el mecanismo propuesto funciona aun cuando se modifique el modelo para evitar que un estado inactivo rompa la dependencia estadística entre importancias consecutivas (lo que sí sucede con las distribuciones de importancias empleadas hasta el momento), se diferenciará x_k de x'_k , de modo que la dependencia estadística no se anule con un estado inactivo.

Por estas razones, se propone una distribución del tipo

$$\begin{bmatrix} x'_k \\ x'_{k-1} \end{bmatrix} \sim \ln \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\sigma}_x^2)$$

$$\text{Con } \boldsymbol{\mu}_x = \mu_x \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ y } \boldsymbol{\sigma}_x^2 = \sigma_x^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_x \\ \rho_x & 1 \end{bmatrix}$$

De forma matemática, la importancia x_k estará distribuida según $p_X(x_k) = \delta(x_k)p_{idle} + p_{X'}(x'_k)(1 - p_{idle}) \forall k > 0$.

Donde x'_k se generará de acuerdo a

$$x'_k = \exp(\rho_x(\log(x'_{k-1}) - \mu_x) + \sqrt{1 - \rho_x^2}n_k + \mu_x) \quad (4.3)$$

Con $n_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_x^2)$ para todo $k > 0$ y $x_0 \sim \log \mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$.

Se aprecia una variabilidad alta para el umbral, consecuencia de la alta correlación considerada. Aún así, a largo plazo el funcionamiento del nodo es razonable.

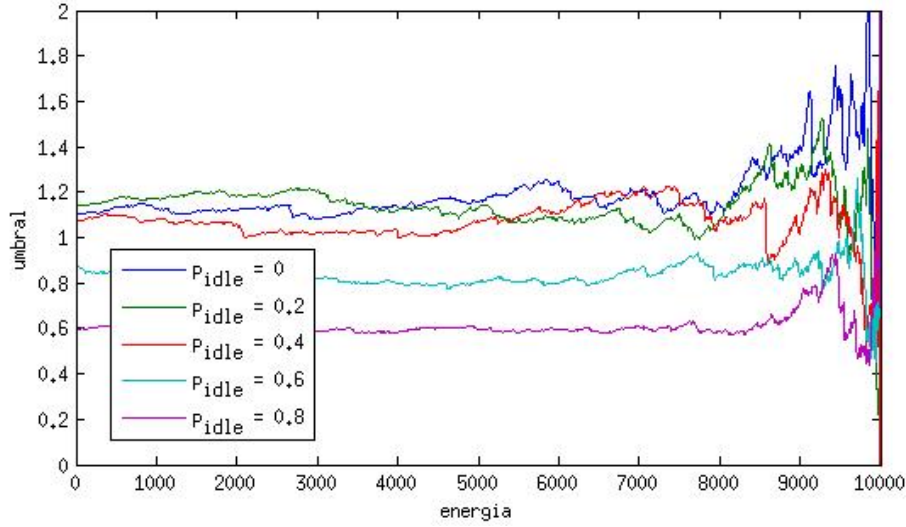


Figura 4.4: Comparación de umbral para EO en función de estados inactivos, $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, lognormal con $\rho_x = 0.6$, $\sigma_x^2 = 0.8$, $\mu_x = 0$

p_{idle}	Recompensa (ganancia)	Tiempo de vida
0	3053.5 (1.22)	2760.2
0.2	2857.8 (1.19)	3110.7
0.4	2584.3 (1.14)	3632.1
0.6	2184.9 (1.09)	4373.0
0.8	1563.1 (1.04)	5656.8

Tabla 4.3: Recompensa total y tiempo de vida en función de p_{idle} , promediados para 20 iteraciones, para EO, con $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $E = 10000$

En este apartado, se han modificado los valores de energía empleados, utilizando $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$. Así, en la tabla 4.1.5 se observa como la recompensa total que obtiene el nodo se ve degradada por efecto de este gasto energético en estados inactivos. A su vez, el tiempo de vida del nodo mejora, dado que el coste energético en estados inactivos es inferior a E_0 . Si se hubiese empleado $E_{idle} = 0$, se apreciaría un incremento aún mayor en el tiempo de vida y no se habría observado esa degradación en la importancia total obtenida por el nodo.

4.1.6. Energías estocásticas

A pesar de que las simulaciones previas han sido realizadas con energías deterministas, el modelo general desarrollado es válido para energías estocásticas. Se incluye en 4.5 una comparación de la evolución del umbral según EO para perfil energético determinista e incluyendo esta variabilidad aleatoria de

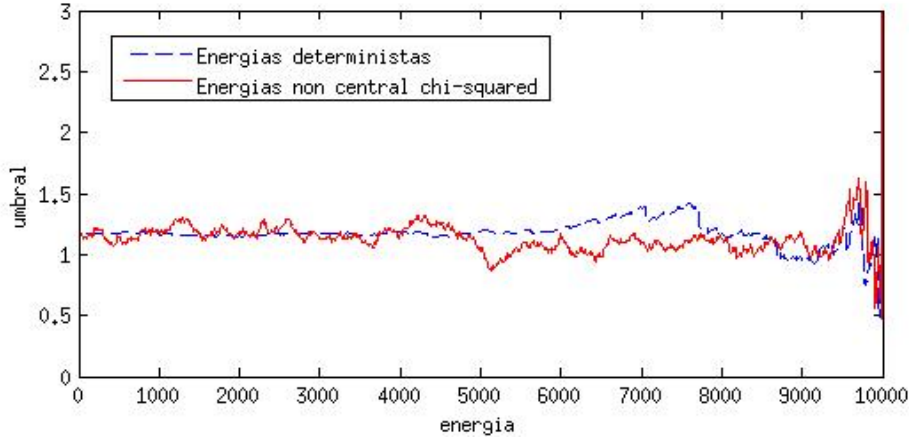


Figura 4.5: Comparación de umbral entre energías deterministas y aleatorias. Distribución lognormal con $\rho_x = 0.4$, $\mathbb{E}\{c_1\} = 6$, $\mathbb{E}\{c_0\} = 2$, $\mathbb{E}\{c_{idle}\} = 1$, $p_{idle} = 0.2$.

la energía gastada por el nodo en cada estado. En dicha gráfica, siguiendo el modelo planteado en [2], se considerarán energías distribuidas según una densidad de probabilidad chi-cuadrado no central de un grado de libertad, fijando el otro parámetro libre de la distribución para que la media de la misma coincida con el valor deseado de energía media para cada uno de los costes E_1 , E_0 y E_{idle} . El pequeño rizado que se observa en la estimación es consecuencia del algoritmo adaptativo empleado para estimar dichos valores de energía.

4.1.7. Red

A lo largo de este apartado, se mostrarán distintos ejemplos simulados de redes de sensores con relación estadística entre medidas consecutivas procesadas por cada nodo. Ya se ha explicado que esta relación estadística puede ser consecuencia de la correlación temporal entre medidas tomadas por el nodo o bien de la correlación espacial entre medidas de nodos cercanos que sean procesadas por un mismo nodo relay. En general, ambos efectos se darán de forma simultánea, aunque la relevancia de cada uno de ellos dependerá de las características de la red; siendo la correlación espacial más relevante en redes de sensores densas o que miden magnitudes con gradientes bajos y la correlación temporal más importante cuando los sensores toman medidas consecutivas con una frecuencia elevada o la magnitud a medir cambia de forma lenta.

Supondremos que los nodos se activan periódicamente con la misma periodicidad. Por simplicidad, se activará un único nodo en cada época, y se

considerará que la misma termina cuando el mensaje llega al nodo raíz o es desechado por algún nodo intermedio. El resto de nodos, que no participan en la transmisión, se considerarán en estado inactivo.

Para el tiempo de vida de la red se ha usado como definición el rango de épocas en las que al menos un 10 % de los sensores están activos.

Respecto a las importancias, se utilizará el perfil lognormal presentado en el apartado 4.1.5. Se considerará que las importancias consecutivas generadas en un mismo nodo están sujetas a dependencia estadística, según el perfil anterior. Se seleccionará un valor de ρ_x elevado, dado que, según el modelo de simulación propuesto, cada nodo se activará, en media, una vez cada N instantes de funcionamiento de la red, siendo N el número de nodos de la misma, con lo que generalmente transcurrirán varios instantes de tiempo entre cada importancia que genere cada nodo. Las energías se considerarán aleatorias, distribuidas según el modelo presentado en 4.1.6, con promedios $E_1 = 6$, $E_0 = 2$ y $E_{idle} = 1$.

Red en cadena

El primer caso de red considerado consiste en 5 nodos colocados en cadena, con el gateway de la red conectado al último de ellos. Se considerará $\rho_x = 0.5$.

Tipo de nodos	NS	EO
Tiempo de vida medio	1621.3	3293.2
Recompensa total media	2533.9	3403.4
Mensajes procesados (Imp. media)	1646.8 (1.53)	1256.6 (2.70)

Tabla 4.4: Tiempo de vida, recompensa y número de mensajes procesados para nodos no selectivos y nodos EO, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas

Topología aleatoria

A efectos de generar una topología de red más compleja, se ha creado un árbol de enrutado estático de forma aleatoria. El sumidero se corresponderá con la raíz del árbol y el resto de nodos se considerarán idénticos en cuanto a características energéticas. Se considerará también que la distribuciones de costes energéticos y de importancias son las mismas en todos los nodos. Se numerarán los nodos, de manera que el nodo cero será el sumidero (que supondremos con energía infinita) y los nodos 1 a N los sensores de la red. Cada nodo k seleccionará a su nodo padre de forma aleatoria entre los nodos con un identificador inferior al propio. La decisión de incluir un árbol de enrutado estático en lugar de implementar algún algoritmo de enrutado, que

se toma por simplicidad, restringirá en cierta medida las conclusiones que se puedan extraer. Se considerará $\rho_x = 0.8$.

Debido a la alta variabilidad de las características principales de la red en función de la topología, se ha optado por fijar esta mediante el algoritmo aleatorio anterior y realizar la comparación sobre varias iteraciones de la misma, con nodos no selectivos (NS) y nodos con el estimador presentado en este apartado (EO).

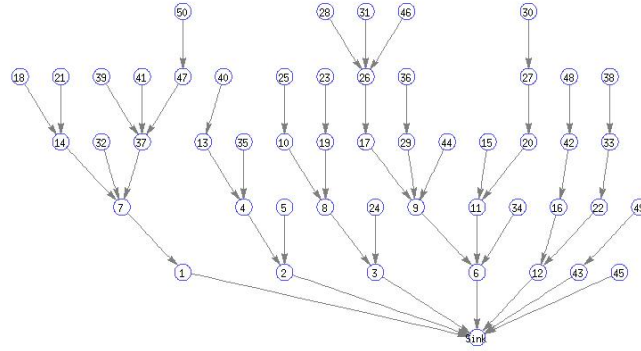


Figura 4.6: Ejemplo de topología con 50 nodos

Tipo de nodos	NS	EO
Tiempo de vida medio	6281.4	6731
Recompensa total media	7580.2	7732.5
Mensajes procesados (Imp. media)	5091.2 (1.48)	4081.8 (1.89)

Tabla 4.5: Tiempo de vida, recompensa y número de mensajes procesados para nodos no selectivos y nodos EO, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas

Las mejoras que se obtienen en el caso de red para el algoritmo selectivo son inferiores a lo esperado; sin embargo, son semejantes a las que se obtienen (en el mismo código, dichos resultados no se incluyen dado que eran prácticamente idénticos) sin considerar dependencia estadística entre importancias consecutivas, lo que lleva a pensar que la razón para la escasa ventaja que proporciona el algoritmo selectivo en este caso es consecuencia de la forma simplificada de simular la red de sensores; en particular, el enrutado estático, que provoca que gran parte de los nodos no lleguen a agotar su batería.

4.2. Acumulación de mensajes

Con respecto al modelo en el que llegan al nodo mensajes con importancias independientes, pero las decisiones del nodo son transmitir o acumular,

se ha obtenido una expresión implementable subóptima para el umbral en este caso en el apartado anterior.

A lo largo de este apartado, se llevará a cabo un análisis de las características del modelo propuesto, el umbral subóptimo planteado y una técnica de estimación máquina de este último umbral. Para ello, primero se presentará la técnica de estimación no paramétrica. A continuación, sobre un único nodo, se observarán las implicaciones del modelo en sus tres vertientes (umbral óptimo, umbral subóptimo y estimador máquina) al respecto del parámetro para el que se maximiza (utilidad media), características de relevancia (número medio de mensajes transmitidos en cada conexión, número máximo de mensajes en el nodo, etc) y compromisos típicos que surgen de la operación de agregación de mensajes (retardo, ganancia en tiempo de vida). Por último, se expondrán varios posibles diseños de redes de sensores, y se observará el funcionamiento del mecanismo diseñado también en este caso.

A lo largo de todo el apartado (al igual que en la figura 3.13 del capítulo 3) se han empleado técnicas distintas para determinar el umbral óptimo y subóptimo. Para el caso del umbral óptimo, se ha determinado mediante Monte Carlo el umbral óptimo constante, sobre un muestreado de los posibles valores de umbral, promediando para 10 iteraciones, cada una de ellas para una energía inicial de $E = 15000$. La única excepción es el caso $\gamma = 0$, para el que se ha aprovechado la expresión derivada en [1], ya que, como ya se ha explicado, este caso es conceptualmente idéntico al desarrollado en este artículo.

En el caso del umbral subóptimo, para aquellos apartados en los que se necesitaba el valor concreto, se ha utilizado el propio estimador desarrollado que se presenta en el apartado 4.2.1

4.2.1. Estimador del umbral subóptimo

En este punto, es necesario encontrar una expresión que estime el umbral subóptimo definido en (3.49). Para ello, se seguirá un procedimiento similar al visto anteriormente. La expresión de la que disponemos complica aplicar de forma directa algún método de aproximación estocástica debido al cociente entre dos magnitudes que dependen del umbral ($\mathbb{E}\{xu(x-\tau)\}$ y $\mathbb{E}\{c\}$). Por lo que se manipulará la expresión (3.49) para obtener una ecuación alternativa, similar en cierto modo a (2.3), en la que la dependencia implícita con τ se encuentra exclusivamente en sumas y restas.

Multiplicando a ambos lados de la ecuación (3.49) por $\mathbb{E}\{c\}$, sustituyendo esta magnitud por su valor, según (3.26), y reordenando para que todos los términos que dependen implícitamente de τ estén al mismo lado, obtenemos

$$\begin{aligned} \tau E_{tx} &= \frac{E_{tx} + (\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})(1 - p_{idle})p_{tx}}{1 - \gamma_{ef}} \mathbb{E}\{\tilde{x} | \tilde{x} > 0\} \\ &- \frac{E_{tx}}{(1 - p_{idle})(1 - \gamma_{ef})} \mathbb{E}\{xu(x - \tau)\} - \tau(1 - p_{idle})(\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})p_{tx} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Donde se ha definido $E_{tx} = \mathbb{E}\{c_{idle}\}p_{idle} + \mathbb{E}\{c_0\}(1 - p_{idle})$ y $\gamma_{ef} = \gamma \frac{1 - p_{idle}}{1 - \gamma p_{idle}}$.

Notando que $p_{tx}(1 - p_{idle}) = \mathbb{E}\{u(x - \tau)\}$ obtenemos una ecuación sobre la que es posible definir un método recursivo de estimación de tipo aproximación estocástica, utilizando, en lugar de las esperanzas que dependen de x y τ , las observaciones del valor de x y sustituyendo el valor desconocido de τ por la estimación en el instante anterior τ_{k-1} :

$$\begin{aligned} \tau_k &= (1 - \frac{1}{k + \alpha})\tau_{k-1} + (\frac{E_{tx} + (\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})u(x_k - \tau_{k-1})}{1 - \gamma_{ef}} \mathbb{E}\{\tilde{x} | \tilde{x} > 0\} \\ &- \frac{E_{tx}}{(1 - p_{idle})(1 - \gamma_{ef})} x_k u(x_k - \tau_{k-1}) \\ &- \tau_{k-1}(\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})u(x_k - \tau_{k-1})) \frac{1}{(k + \alpha)E_{tx}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Donde $\alpha = 50 + \frac{1}{1 - \gamma}$ es un parámetro que afecta a la velocidad de convergencia, especialmente reduciendo la sobrestimación al comienzo de la vida útil del nodo para valores de γ cercanos a 1. Este parámetro no modifica las condiciones de convergencia.

Para la estimación de la esperanza de las energías gastadas en cada tipo de estado, se han reutilizado las expresiones (4.1); de la misma manera, la estimación de p_{idle} se ha realizado igual que en el apartado anterior, $p_{idle} = \frac{k_3}{k}$. Como valor inicial para el umbral, se ha considerado $\tau_0 = 0$. En estas expresiones y las que siguen, k_1 , k_2 y k_3 representan lo mismo que en el apartado anterior: número de estados de transmisión, no transmisión e inactivos, respectivamente, desde el comienzo de la vida útil del nodo.

Por último, para este estimador es necesario estimar $\mathbb{E}\{\tilde{x} | \tilde{x} > 0\}$, para lo que se utilizará un algoritmo similar a lo anterior. Denominamos \bar{m}_k a la estimación en el instante k de dicha esperanza (nótese que la magnitud a estimar es la esperanza dado $\tilde{x} > 0$), definiendo:

$$\bar{m}_k = \begin{cases} \bar{m}_{k-1} & \text{si } d_k = idle \\ (1 - \frac{1}{k_1 + k_2})\bar{m}_{k-1} + \frac{1}{k_1 + k_2}\tilde{x}_k & \text{si } d_k = 1 \\ \bar{m}_{k-1} & \text{o } d_k = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

4.2.2. Nodo aislado

Para el caso de acumulación, desde aquí hasta el final de este capítulo, las estrategias que se compararán serán: estrategia no selectiva (NS), estrategia de umbral constante óptimo (COA), estrategia de umbral constante subóptimo, según la expresión (3.49) (CSA) y estimador máquina del umbral subóptimo (ESA). Se recuerda, de nuevo, que en el apéndice C se presenta una tabla con todos los tipos de nodos que se comparan en este capítulo.

En primer lugar, se ha llevado a cabo un análisis de la variación de las características fundamentales del nodo en función del parámetro libre del modelo: γ .

Utilidad media del nodo

El parámetro más lógico para comparar es la utilidad media, dado que es para el que se ha diseñado la estrategia óptima e intentado diseñar estrategias alternativas implementables. Por esta razón, se comparará la utilidad media de nodo con umbral óptimo, con umbral estimado y con estimador máquina.

Utilidad media descontada (\pm std error)			
γ	COA	CSA	ESA
0	5951.1 \pm 25.2	5892.9 \pm 31.7	5941.5 \pm 37.7
0.1	6037.1 \pm 35.8	5996.7 \pm 36.5	5966.0 \pm 34.1
0.5	6467.2 \pm 37.3	6446.0 \pm 35.4	6452.4 \pm 25.9
0.7	6972.2 \pm 20.3	6921.4 \pm 26.8	6959.6 \pm 42.4
0.9	8470.7 \pm 28.2	8412.2 \pm 30.9	8328.9 \pm 25.9

Tabla 4.6: Utilidad media del nodo para distribución de importancias exponencial, promediada para 10 iteraciones, $E = 15000$

Utilidad media descontada (\pm std error)			
γ	COA	CSA	ESA
0	5437.2 \pm 10.2	5411.6 \pm 14.0	5423.1 \pm 16.1
0.1	5510.3 \pm 12.5	5460.3 \pm 13.4	5474.0 \pm 15.0
0.5	5902.4 \pm 11.9	5880.4 \pm 15.2	5880.8 \pm 14.1
0.7	6500.9 \pm 17.6	6454.0 \pm 14.2	6448.8 \pm 20.1
0.9	8208.0 \pm 21.6	8192.0 \pm 12.3	8122.4 \pm 19.4

Tabla 4.7: Utilidad media del nodo para distribución de importancias uniforme, promediada sobre 10 iteraciones, $E = 15000$

Es posible diferenciar en este punto la utilidad media descontada y la utilidad media total del nodo. La utilidad media descontada se refiere a la

magnitud de importancia de mensajes agregada después de aplicar el factor de descuento γ en cada iteración que el mensaje permanece en el nodo. La utilidad media total, por su parte, consiste en la suma de la importancia original de los mensajes procesados por el nodo, por lo que está directamente relacionada con el tiempo de vida del nodo, dado que en el modelo considerado en este apartado los mensajes se acumulan en lugar de ser descartados y, por lo tanto, todos ellos son eventualmente retransmitidos al siguiente nodo. Las simulaciones anteriores se refieren a la utilidad descontada. En estas simulaciones se han empleado los parámetros $E = 15000$, $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $p_{idle} = 0,2$.

Podría parecer extraño el hecho de que el estimador propuesto (ESA) proporcione en ocasiones una utilidad superior a la de utilizar de forma constante el umbral subóptimo (CSA). Sin embargo, esto es debido al hecho ya comentado de que el estimador empleado tiene una cierta sobreoscilación al principio, lo que provoca que para un cierto rango de la vida del nodo, el umbral estimado según dicho estimador se encuentra más cerca del umbral óptimo que el umbral subóptimo al que tiende.

Comparando las dos tablas previas, se concluye que las características de utilidad son semejantes para distribuciones distintas, aunque no idénticas.

Número de mensajes transmitidos

Nº total de transmisiones (Nº medio de mensajes transmitidos por tx)			
γ	COA	CSA	ESA
0	2112 (2.16)	2413 (1.68)	2399 (1.70)
0.1	2099 (2.19)	2393 (1.71)	2360 (1.74)
0.5	1926 (2.56)	2172 (2.07)	2162 (2.10)
0.7	1697 (3.13)	1929 (2.54)	1922 (2.54)
0.9	1227 (5.02)	1339 (4.43)	1365 (4.35)

Tabla 4.8: Comparación entre el número total de transmisiones para distribución de importancias exponencial, $E = 15000$

Uno de los aspectos importantes del sistema desarrollado es la distribución que sigue el número de mensajes transmitidos de forma conjunta. Esto es así por dos razones: en primer lugar porque el número de mensajes transmitidos juntos tiene cierto impacto en los recursos energéticos empleados por el nodo para su transmisión. Aunque este efecto fue considerado despreciable en apartados anteriores, podría darse el caso de que para un número grande de mensajes transmitidos conjuntamente sea problemático, como de hecho se verá al tratar redes. En las tablas 4.8,4.9 se observa que, como es lógico, a medida que γ aumenta, también lo hace esta magnitud.

Nº total de transmisiones (Nº medio de mensajes transmitidos por tx)			
γ	τ^*	$\hat{\tau}$	Estimador
0	2248 (1.92)	2373 (1.74)	2329 (1.80)
0.1	2202 (1.99)	2327 (1.80)	2296 (1.85)
0.5	2023 (2.33)	2094 (2.20)	2061 (2.28)
0.7	1808 (2.82)	1817 (2.78)	1825 (2.78)
0.9	1270 (4.78)	1263 (4.79)	1329 (4.52)

Tabla 4.9: Comparación entre el número total de transmisiones para distribución de importancias uniforme, $E = 15000$

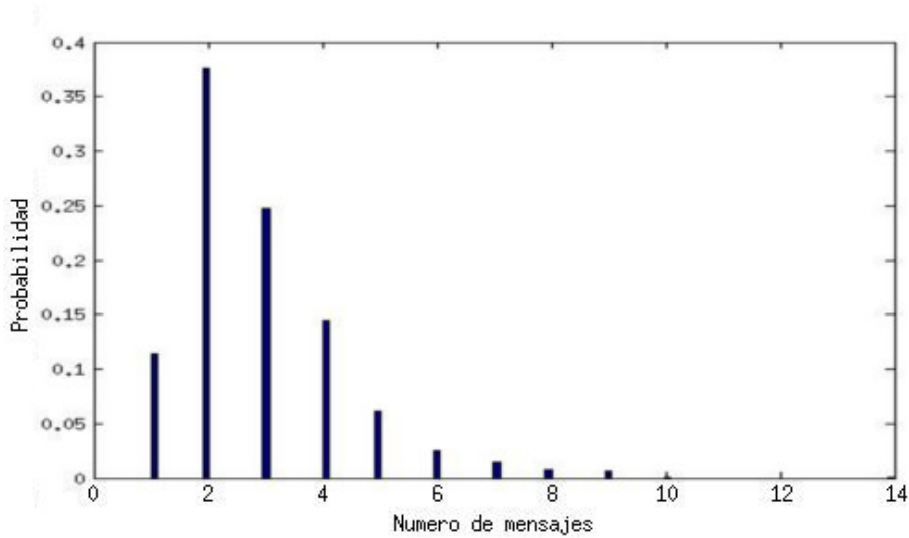


Figura 4.7: Densidad de probabilidad del número de mensajes transmitidos en cada transmisión para $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$ y $p_{idle} = 0,2$, con $\tilde{x} \sim U(0, 4)$, $\gamma = 0,7$ y estrategia CSA

El otro problema se debe a la necesidad de que el nodo disponga de una memoria interna en la que almacenar mensajes, que será finita. Por tanto, un número muy grande de mensajes acumulados en el nodo (aunque en media sean pocos) puede provocar la necesidad de que el nodo descarte mensajes antiguos o poco importantes para hacer sitio a los nuevos. En 4.7 se muestra la distribución concreta de importancias transmitidas para el caso de $\gamma = 0,7$.

Para este caso, bastaría con que el nodo dispusiese de una memoria capaz de almacenar en torno a 15 mensajes para que la probabilidad de que la memoria se llenase fuese muy baja. Sin embargo, para valores de γ superiores y, especialmente, para el caso de redes formadas por varios sensores aplicando este tipo de agregaciones será más problemático.

Relación con parámetros de nodo

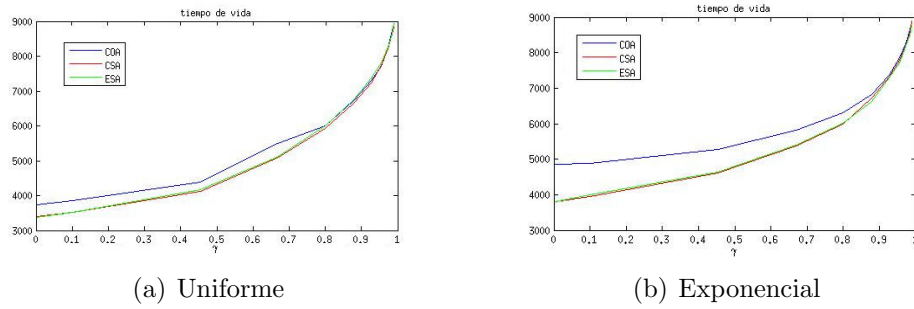


Figura 4.8: Tiempo de vida en función de γ para distribución de importancias uniforme y exponencial con $p_{idle} = 0$, $E = 10000$

Se puede observar la evolución según γ de parámetros que serán interesantes para el funcionamiento de la red, para algunas distribuciones de importancias. Por un lado, es beneficioso mejorar el tiempo de vida del nodo, esto es, el número de épocas o puntos de decisión que el nodo puede llevar a cabo hasta agotar su batería. También, dado que estamos acumulando un cierto número de mensajes con el objetivo de transmitirlos de forma conjunta, conviene relacionar con lo anterior el retardo que sufren los mensajes como consecuencia del procesado presentado.

Intuitivamente se ve que valores altos de γ incrementan el tiempo de vida y el retardo medio y viceversa.

El tiempo de vida para el caso $p_{idle} = 0$ varía entre $[\frac{E}{E_1}, \frac{E}{E_0}]$. Valores más altos de γ implican un menor número de transmisiones. El valor máximo de tiempo de vida, coincidente con $\gamma = 1$, es un caso límite, que implicaría que todos los instantes de vida del nodo son de no transmisión (o inactivos, en su caso), lo que implica que el nodo no llega a transmitir ningún mensaje.

En definitiva, esta ganancia en tiempo de vida implica una degradación en la respuesta temporal de la red, imponiendo un cierto retardo de tránsito en cada nodo a los mensajes que se generan o reciben por el mismo. La ventaja del sistema propuesto basado en importancias, sin embargo, consiste en que el retardo medio sufrido por los mensajes importantes es considerablemente inferior al retardo medio en el resto de casos, con lo que los datos urgentes llegarán al sumidero en un tiempo significativamente inferior, permitiendo

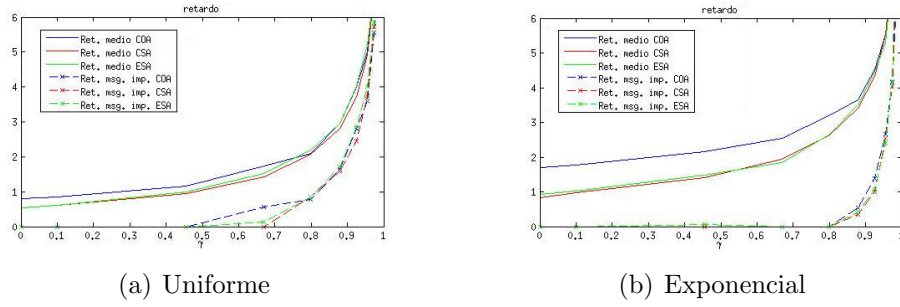


Figura 4.9: Retardo medio y retardo para el 5 % de mensajes más importantes en función de γ para distribución de importancias uniforme y exponencial con $p_{idle} = 0$

al nodo un gasto mayor de energía en estos casos que compensará con una menor cantidad de conexiones para la transmisión de los mensajes no tan relevantes (ver 4.9).

Comparando los casos de distribución uniforme y exponencial, se ve que la evolución de los parámetros de la red es coherente, aunque no idéntica. Es decir, un valor de γ no puede ser relacionado de forma unívoca con un valor de retardo o tiempo de vida para distintos juegos de parámetros y tipos de distribuciones de importancias.

Perfiles de energía

E_1/E_0	$G(ESA)(G(COA))$	Umbral CSA	Umbral COA
2	1.15 (1.16)	2.1	2.2
3	1.31 (1.32)	2.81	2.9
4	1.44 (1.44)	3.19	3.5
6	1.64 (1.66)	3.63	4.1
8	1.79 (1.81)	3.88	4.6
50	2.48 (2.77)	4.75	6.2

Tabla 4.10: Ganancia para ESA y COA y comparación entre umbral óptimo y subóptimo para distintos valores de E_1/E_0 , $p_{idle} = 0$, $\gamma = 0,6$ y \tilde{x} según distribución exponencial

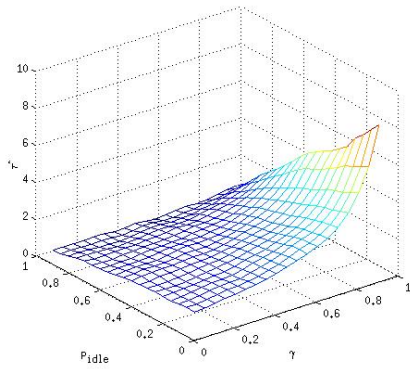
Al igual que sucede para el caso de transmisor selectivo, la ganancia en utilidad del nodo según la estrategia de acumulación de mensajes, se incrementa a medida que lo hace el cociente E_1/E_0 . Sin embargo, en este caso, nos encontramos con el problema ya adelantado en el apartado 3.5.3, al acotar el error de estimación del umbral: la distancia entre el umbral óptimo y el subóptimo para el que se ha derivado una expresión implementable tam-

bién se incrementa con E_1/E_0 , y, consecuentemente, la ganancia en utilidad también se ve degradada.

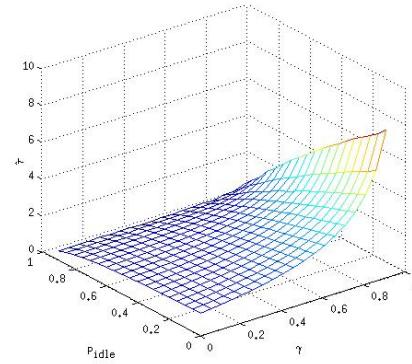
Estados inactivos

p_{idle}	$G(ESA)(G(COA))$	Umbral CSA	Umbral COA
0	1.44 (1.45)	2.58	2.9
0.2	1.36 (1.40)	2.21	2.5
0.4	1.29 (1.33)	1.83	2.3
0.6	1.20 (1.26)	1.38	1.8
0.8	1.11 (1.15)	0.87	1.2

Tabla 4.11: Ganancia para ESA y COA y comparación entre umbral óptimo y subóptimo para distintos valores de p_{idle} , $\gamma = 0,6$, distribución de importancias \tilde{x} exponencial



(a) Umbral según COA



(b) Umbral según CSA

Figura 4.10: Comparación entre umbral según COA y umbral según CSA para distintos parámetros. $E_1 = 6$, $E_0 = 2$, $E_{idle} = 1$, $\tilde{x} \sim U(0, 4)$

Con respecto a la evolución del sistema en función de la probabilidad de estado inactivo, podemos comprobar como el error de estimación, para los parámetros empleados, permanece más o menos constante para distintos valores de p_{idle} . En general, aunque no se ha demostrado, se observa como el error de estimación permanece constante o disminuye al incrementar la probabilidad de estado inactivo.

También, de forma similar, de nuevo, a los resultados previos obtenidos para el transmisor selectivo, la ganancia en utilidad disminuye al incrementarse la probabilidad de estado inactivo. Este último hecho es consecuencia de que $\mathbb{E}\{c_{idle}\} > 0$. Si el gasto energético en estados inactivos fuese nulo, estos

no afectarían al valor del umbral, aunque sí degradarían la utilidad media y provocarían un mayor retardo medio para la transmisión de los mensajes.

Se puede observar como el umbral subóptimo empleado evoluciona de manera similar al óptimo ante variaciones de p_{idle} y γ . Ya se ha comentado que $\gamma = 1$ reduce a cero la diferencia entre ambos umbrales, y, de nuevo, $\gamma = 0$ proporciona el error máximo para cada valor de p_{idle} .

Aplicación de umbral selectivo a acumulación de mensajes

El umbral para el que se ha conseguido una expresión implementable se encuentra lejos del óptimo para ciertos parámetros y, especialmente, por debajo del óptimo para $\gamma = 0$. Además, la utilidad descontada que se ha empleado como criterio a maximizar a lo largo de este apartado es una magnitud ligeramente artificial. Por estas razones, parece lógico preguntarse si no podría proponerse algún tipo de umbral alternativo, obviando el criterio de maximización de la utilidad descontada, que permitiese, con la mínima cantidad de cambios sobre el modelo, cierta capacidad de variación controlada en las características del nodo, manteniendo un mínimo de utilidad dado por la utilidad del transmisor selectivo y solucionando el problema de solución no óptima para $\gamma = 0$ que existe para el umbral subóptimo estudiado hasta ahora.

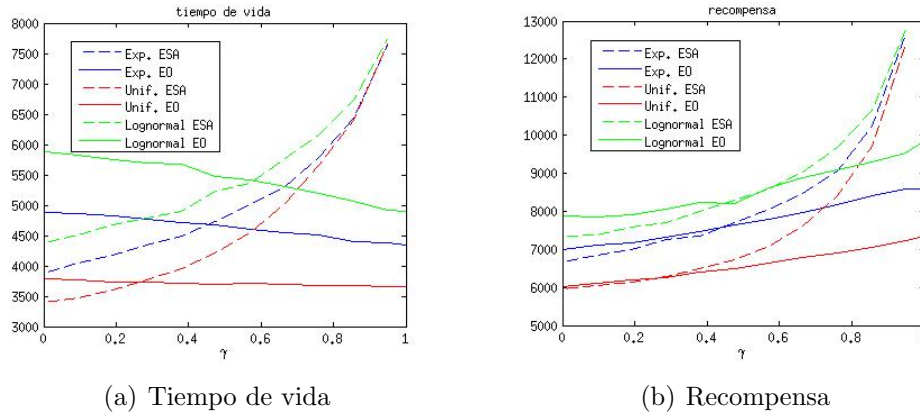


Figura 4.11: Comparación entre tiempo de vida y recompensa en función de γ para varias distribuciones y para nodos ESA y EO. $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$, $\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} = 2$ para todas las distribuciones

Siguiendo este razonamiento, se ha considerado la posibilidad de reutilizar el umbral óptimo del transmisor selectivo (2.1) (es decir, un nodo de tipo EO, según la terminología aplicada en este apartado), utilizando como valor de importancia la importancia acumulada según el factor de descuento γ presentada en (3.8), i.e: considerando como \tilde{x}_k la importancia individual del

dato recibido o generado en k , pero empleando x_k según la definición (3.8) para la decisión de transmisión o no transmisión, y acumulando en lugar de descartar en el caso de no transmitir. La idea busca extender un modelo ya probado y funcional, de modo que el nodo no pierda información, descartando mensajes, si no que retrase y economice en energía la transmisión de estos.

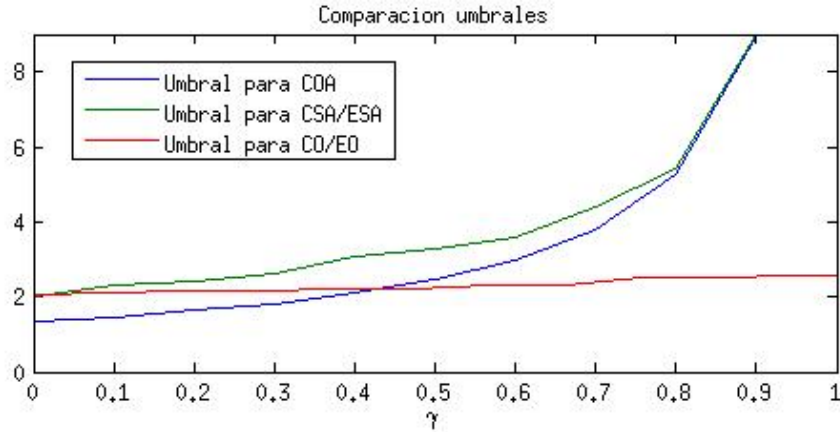


Figura 4.12: Comparación entre umbral para COA, umbral para CSA y umbral para EO con acumulación en función de γ . $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$, $\tilde{x} \sim U(0, 4)$

Se observa en 4.12 como esta expresión proporciona un umbral que varía muy poco en el rango de γ , creciendo levemente. La utilidad, por su parte, (4.11(a)) se incrementa de forma casi lineal con γ , evitando el problema de que esta caiga por debajo de la del transmisor selectivo para $\gamma = 0$, como ocurría en el umbral subóptimo que se ha podido estimar de forma máquina. Además, se evita la tendencia asintótica del número de mensajes transmitidos.

De hecho, la evolución del tiempo de vida, tal como vemos en 4.11(b), y, por lo tanto, del número medio de mensajes transmitidos en cada transmisión y del retardo medio que sufren los mensajes, es opuesta a la del umbral óptimo. Es decir, mientras que el umbral óptimo provoca que el tiempo de vida aumente, al existir una menor proporción de transmisiones, la estrategia de transmisión que se propone en este apartado incrementa el número de transmisiones de forma aproximadamente lineal con γ . Esta característica tiene sentido interpretada en el contexto de menor penalización en el retardo de las importancias sobre umbral aproximadamente plano y no invalida necesariamente la utilización de este umbral.

Dependencia estadística entre medidas que se acumulan

Aunque en la demostración teórica nos limitamos, en el caso de acumulación de mensajes en el nodo, a la consideración de que estos eran independientes entre sí, se plantea, para finalizar este apartado, la posibilidad de incluir dicha dependencia estadística sin modificar el modelo. Es fácil prever que, al menos, perderemos algo de eficiencia al incluir esta consideración no prevista en el modelo teórico.

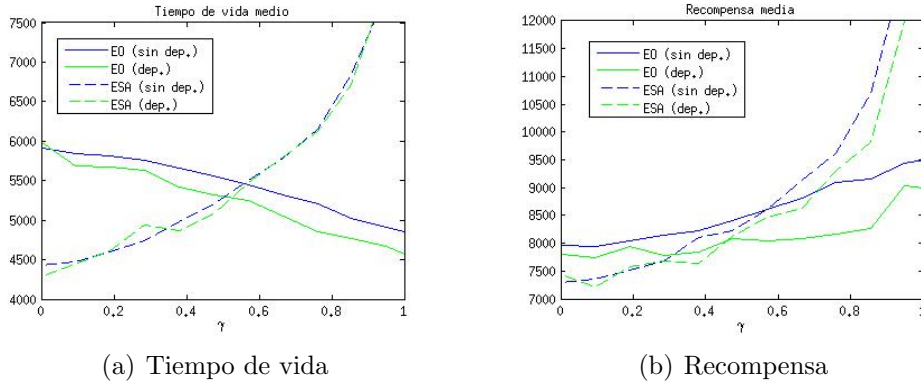


Figura 4.13: Comparación de tiempo de vida y recompensa en función de γ para nodos ESA y EO con acumulación, sobre distribuciones con y sin dependencia estadística. $E_1 = 4$, $E_0 = 1$, $p_{idle} = 0$, distribuciones lognormales con $\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} = 2$

Como valores de importancia se han utilizado lognormales generadas según el modelo de correlación 4.1.5, añadiendo la acumulación de mensajes penalizando por el factor γ . La comparación se ha llevado a cabo para las dos estrategias de acumulación implementadas: estrategia subóptima que trata de aproximar el umbral óptimo en términos de utilidad descontada y generalización de umbral selectivo presentado en el apartado anterior 4.1 incluyendo acumulación con factor de descuento. Utilizando lognormales de parámetros $\mu_x = 0$, $\sigma_x^2 = 1.37$ (de modo que se tenga $\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} \approx 2$) y $\rho_x = 0.8$ (para los casos con dependencia) y $\rho_x = 0$ (para los casos sin dependencia que se incluyen como referencia).

Analizando 4.13, se aprecia como las versiones con dependencia estadística tienen una mayor variabilidad, que se traduce en un comportamiento con γ más ruidoso. También, esta variabilidad es mucho más apreciable en la importancia total del nodo que el tiempo de vida, valor que permanece mucho más estable. Por último, es llamativo que la degradación del comportamiento del sistema sea inferior en el umbral que trata de estimar el comportamiento óptimo (ESA) que en el umbral EO aplicado a acumulación. Una posible explicación a este comportamiento podría venir dada por una mayor variabilidad del comportamiento del nodo en función del umbral cuanto más alejado

se encuentre el umbral del óptimo, lo que es coherente con el hecho de que, en el umbral óptimo, la tasa de variación de la recompensa (derivada) es nula.

En cualquier caso, parece posible concluir que, si fuese necesario, cualquiera de ambos algoritmos podría ser empleado en nodos sujetos a dependencia estadística sin consecuencias importantes, más allá de una degradación de la utilidad descontada y tiempo de vida obtenidos. De forma coincidente, también, con los resultados teóricos previos, esta degradación parece reducirse hasta prácticamente anularse en $\gamma = 0$.

4.2.3. Red

En este apartado, se han reutilizado algunas de las topologías presentadas anteriormente. Se han simulado, igual que en el caso de dependencia estadística entre importancias, dos casos: red en cadena y topología aleatoria. Se han reutilizado las suposiciones y decisiones de enrutado de dicho apartado. En las simulaciones de red que siguen, solo se utilizan nodos que implementan el estimador del umbral subóptimo (ESA).

Red en cadena

Tipo de nodos	T. vida	Recompensa	Nº mensajes
NS	1621.3	2533.9	1621.3
EO (select.)	3293.2	3403.4	1256.6
ESA ($\gamma = 0$)	3052.1	3327.7	3049.6
ESA ($\gamma = 0,4$)	3378.8	3942.3	3271.3
ESA ($\gamma = 0,6$)	3679.4	4293.8	3676.5
ESA ($\gamma = 0,8$)	4132.4	5053.6	4125.2
ESA ($\gamma = 0,9$)	4867.3	6559.6	4853.1

Tabla 4.12: Tiempo de vida, recompensa y número de mensajes procesados para nodos no selectivos, nodos selectivos y nodos ESA con distinto gamma, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas

Como distribución de importancias generadas en cada nodo, \tilde{x} se han empleado lognormales de parámetros $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 0.8$, de modo que se realizará una comparación entre lo obtenido aquí y los resultados para el estimador selectivo simple con dependencia estadística entre medidas (que, como se vio, proporcionaba resultados prácticamente idénticos al caso de no dependencia estadística entre medidas). Las energías se considerarán aleatorias, distribuidas según el modelo presentado en 4.1.6, con promedios $E_1 = 6$, $E_0 = 2$ y $E_{idle} = 1$.

Tipo de nodos	Ret. máximo	Nº msg. tx. 1er nodo
NS	0	1
EO (previo)	0	1
ESA ($\gamma = 0$)	1.42	2.33
ESA ($\gamma = 0,4$)	1.50	3.03
ESA ($\gamma = 0,6$)	1.74	3.64
ESA ($\gamma = 0,8$)	2.27	4.66
ESA ($\gamma = 0,9$)	3.06	6.08

Tabla 4.13: Retardo medio de la ruta más larga y número medio de mensajes transmitidos por el primer nodo para nodos no selectivos, nodos selectivos y nodos ESA con distinto gamma, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas

En la tabla 4.12 puede observar como el parámetro γ permite seleccionar en cierta medida las características del sistema. Comparando las tablas 4.12 y 4.13 se comprueba la problemática a nivel retardo de mensajes que surge al obtener un mejor tiempo de vida. Resulta interesante la comparación entre los casos EO y ESA con $\gamma = 0$; se observa como ESA se comporta algo peor en términos de utilidad y tiempo de vida (ya que el estimador ESA no es exacto y cae por debajo del umbral óptimo). El mayor número de mensajes procesados por ESA es consecuencia del hecho de que en el paradigma de acumulación planteado los mensajes no son descartados (como era el caso en transmisión selectiva) si no acumulados, con lo que todos son transmitidos eventualmente.

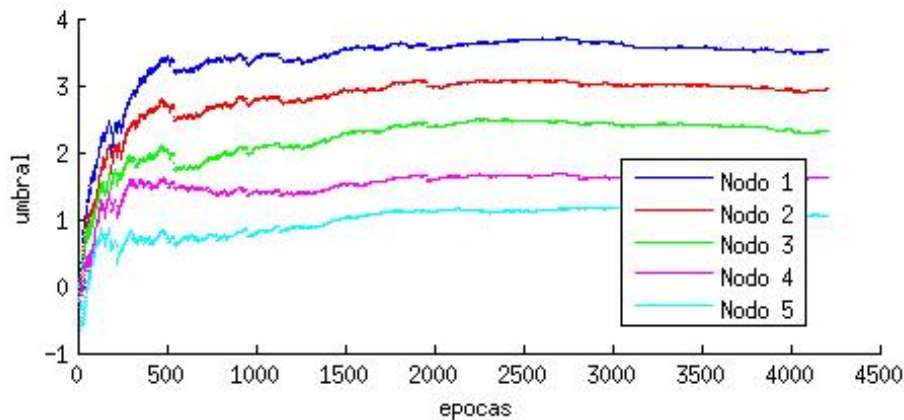


Figura 4.14: Evolución del umbral para los 5 nodos en cadena, $\gamma = 0,6$

La evolución de los umbrales en este caso es bastante estable (4.14), surgiendo umbrales de transmisión más altos en los nodos más cercanos al sumidero, debido a la progresiva acumulación de mensajes e importancias en los nodos previos.

Red aleatoria

Por último, sobre distribuciones de importancia uniforme y exponencial independientes en los nodos, se comparará la recompensa obtenida de una red de topología aleatoria compuesta de 50 nodos, considerando que los nodos son no selectivos (NS), transmisores selectivos (EO) y nodos acumuladores con distintos valores de γ . De nuevo, los resultados obtenidos en este apartado deben ser examinados con una perspectiva crítica debido a la simplicidad del modelo de red empleado.

Tipo de nodos	Nº de mensajes	Tiempo de vida	Recompensa
NS	5628	5628	11232
EO (previo)	4573	9619	15616
ESA ($\gamma = 0$)	9651	9678	15670
ESA ($\gamma = 0,4$)	10366	10379	17455
ESA ($\gamma = 0,6$)	11511	11527	19671
ESA ($\gamma = 0,8$)	15376	15402	26779
ESA ($\gamma = 0,9$)	20451	20463	37114

Tabla 4.14: Número medio de mensajes, tiempo de vida y recompensa descontada para topología de 50 nodos, promediados para 5 iteraciones, con energías estocásticas

Resulta llamativo que el nodo ESA con $\gamma = 0$ proporcione una utilidad mayor en este caso que el EO. Este hecho, que se ha comprobado en varias topologías y para varios tipos de distribuciones de importancia puede estar relacionado con una mejor convergencia del estimador planteado en ESA para esas topologías concreta de red consideradas, y evidencia, una vez más, que el umbral subóptimo propuesto funciona de una manera bastante eficaz.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo futuro

Se exponen a continuación las principales cuestiones resueltas en este trabajo, haciendo énfasis en las aplicaciones y posibilidades de ampliación de lo propuesto aquí. Las conclusiones se desglosan en los dos casos de aplicación considerados: mensajes con importancias sujetas a dependencia estadística y mensajes con importancias independientes que se acumulan en el nodo.

5.1. Conclusiones

En primer lugar, se ha comprobado como los MDPs proporcionan un modelo válido y manejable de los compromisos energéticos existentes en los nodos de una red de sensores, lo que permite modelar las decisiones del nodo obteniendo una visión detallada de las distintas estrategias.

5.1.1. Importancias estadísticamente dependientes

Sobre el primer modelo, importancias estadísticamente dependientes, se ha visto que la estrategia de transmisión óptima difiere ligeramente con respecto al caso en el que se supone independencia estadística, modificando la forma de oscilación del umbral para valores bajos de energía e incluso, para determinadas distribuciones, provocando que la decisión óptima no sea una de umbral, si no que esté compuesta de regiones de transmisión y no transmisión más complejas sobre los posibles valores de importancia.

Aún así, la tendencia para valores altos de energía es idéntica a la del caso de importancias independientes, lo que sirve como refuerzo de la validez del modelo de transmisión selectiva propuesto en [1]. Se ha observado también que tanto el tiempo de convergencia del estimador como la energía de convergencia del umbral constante asintótico (el mínimo valor de energía para

el que el umbral constante es una buena aproximación del comportamiento óptimo) empeoran al considerar dependencia estadística, aunque estos efectos no son relevantes salvo que la correlación alcance valores muy altos.

En resumen, se puede extender dicho modelo de transmisión selectiva a nodos sometidos a secuencias de mensajes cuyas importancias están correladas de alguna manera arbitraria sin cambios.

5.1.2. Acumulación de mensajes

Al respecto del segundo de los casos considerados: importancias que se acumulan en el nodo para su posterior transmisión conjunta, en lugar de ser descartadas, se ha visto el comportamiento óptimo, observando la misma tendencia que en apartados anteriores, y obteniendo una expresión para dicha tendencia asintótica. En este caso, se ha encontrado el problema adicional de la dependencia compleja de la expresión obtenida con la distribución asintótica de importancias almacenadas en el nodo, lo que ha llevado a la necesidad de proponer una expresión alternativa más simple. Se ha visto como este umbral subóptimo proporciona resultados superiores al comportamiento no selectivo.

El error de estimación del umbral subóptimo planteado (ESA) es muy problemático para valores de γ cercanos a cero, ya que, para estos casos, se da la circunstancia de que el umbral subóptimo propuesto cae por debajo del umbral óptimo para $\gamma = 0$; es decir, el nodo obtendría una utilidad mejor desechando por completo los mensajes que almacena y transmitiendo según un algoritmo selectivo simple como el de [1]. Una forma de mejorar la precisión de la estimación del umbral podría ser incluir la expresión óptima para $\gamma = 0$ para valores de γ bajos, que conocemos de forma exacta ya que coincide con la expresión para el caso de importancias independientes. Sin embargo, esto conlleva el problema adicional de determinar cómo combinar ambos estimadores o conmutar entre ellos. Sin un tratamiento cuidadoso de esta transición, que probablemente requiere la aplicación de información sobre el nodo o las secuencias de importancias, podría darse el caso de una evolución no monótona de τ con γ , lo que implicaría que las características de utilidad descontada, retardo, tiempo de vida, etc del nodo podrían evolucionar también de forma no monótona. En definitiva, esto podría restar validez al parámetro propuesto, al no variar las características del nodo de la misma manera en todo el rango del parámetro.

Aún así, se ha comprobado que la estrategia de acumulación óptima permite obtener mejores valores de utilidad y de número de mensajes transmitidos que las estrategias de transmisión selectiva pura, manteniendo una mayor utilidad y tiempo de vida que los nodos no selectivos y permitiendo un ajuste del grado de concentración de mensajes mediante el parámetro libre; y que

la simplificación propuesta para el umbral proporciona resultados razonablemente buenos para gran parte del rango de valores posibles del parámetro γ .

La pendiente de la variación de los parámetros del nodo con γ no es constante, dependiendo, por tanto, la sensibilidad de los mismos de γ y de las características del nodo y la distribución de importancias. En particular, para valores altos de γ la variación es muy abrupta, tendiendo, por ejemplo, el número medio de mensajes transmitidos a infinito; lo que desaconseja la utilización de valores de γ cercanos a uno.

La principal ventaja de un método de acumulación de mensajes como el planteado, basado en valores de importancia, radica en que es posible mantener un retardo medio en los mensajes relativamente alto, dado que aún en ese caso, se garantiza una transmisión rápida de los mensajes con importancias elevadas. La recepción o generación de un mensaje cuya importancia asociada es superior a las habituales según la distribución de valores de importancia, desencadena la transmisión de todos los mensajes de baja importancia que se encuentran almacenados en ese momento en el nodo.

Al margen de este umbral óptimo, es posible reutilizar el umbral selectivo simple EO sobre el modelo de acumulación, lo que implica renunciar a maximizar la utilidad descontada del nodo. Pese a ello, proporciona un algoritmo de transmisión que evita al tiempo la tendencia asintótica para valores de γ altos y los problemas de estimación para valores de γ bajos previamente explicados. Además, la variación del tiempo de vida, retardo y número medio de mensajes transmitidos del nodo se invierte, disminuyendo todos ellos a medida que γ aumenta. Esto no invalida necesariamente el modelo; al contrario, el hecho de que el valor del umbral se mantenga aproximadamente constante y ocurra una mayor proporción de transmisiones respecto a no transmisiones en el nodo puede ser útil, ya que esas transmisiones adicionales se refieren a agregaciones descontadas de mensajes consecutivos cuya utilidad conjunta para el nodo es comparable a la de los mensajes individuales que el algoritmo considera suficientemente importantes para su transmisión (importancia superior al umbral). La variación de todos los parámetros es mucho más lineal en todo el rango de valores de γ que en el caso anterior; aunque, por la misma razón, la capacidad de selección en la acumulación de mensajes también es menor.

Por último, las simulaciones realizadas parecen indicar que cualquiera de los dos estimadores (ESA y EO con acumulación) puede ser empleado sobre secuencias de importancias sujetas a dependencia estadística y que se acumulan, aunque a cambio de una degradación y una mayor variabilidad en las características del nodo.

5.2. Líneas de trabajo futuro

5.2.1. Variaciones de los dos modelos considerados

En futuros trabajos, para el modelo de dependencia estadística entre importancias de mensajes consecutivos, podría plantearse la inclusión de un parámetro análogo a $Q(\mathbf{z})$, presentado en la ecuación (2.2), que incorporase a la estrategia algo de conocimiento sobre las condiciones del resto de la red.

Sobre el segundo modelo, podría ser útil acotar la variación de algún parámetro del nodo (retardo medio, utilidad descontada, etc) según el valor de γ o alguna transformación de γ . De esta manera, el diseño sería más atractivo, al ser posible caracterizar a priori cuestiones relativas al nodo según el parámetro libre.

Otra posible extensión de lo propuesto aquí es la consideración de secuencias de importancias estadísticamente dependientes sobre las que realizar acumulación en el modelo teórico. Es decir, tratar de resolver de forma teórica la segunda estrategia propuesta en este proyecto (umbral dado en (3.47)) sobre un modelo con importancias consecutivas sujetas a dependencia estadística como el planteado en la primera estrategia. Asumiendo que se emplee el mismo umbral subóptimo, el término $\mathbb{E}\{\tilde{x}\}$ en la expresión (3.49) dependería estadísticamente del valor de importancia \tilde{x}_k , con lo que la estimación en este caso mejoraría recurriendo, por ejemplo, a un estimador lineal de dicha esperanza dado x_k , la esperanza a priori de \tilde{x} , el número medio de instantes de activación entre recepción de datos (dependiente de p_{idle}) y la correlación lineal entre valores consecutivos de importancia.

Relacionado con esto, otra forma de extender el modelo podría ser combinar los dos tipos de acciones propuestas. Es decir, crear un nuevo modelo de decisiones en el que cada vez que recibe un mensaje el nodo pueda descartarlo, acumularlo o transmitirlo (junto con el resto de mensajes acumulados, en su caso). Para que este modelo fuese funcional, sería necesario incluir alguna penalización por acumulación de mensajes; bien sea en cuanto a coste energético del nodo debido al almacenamiento de mensajes (uso de memoria, procesado), o bien, caracterizando el sobre coste energético de transmitir cada mensaje adicional dentro de un grupo de mensajes transmitidos de forma conjunta. Sin esta penalización energética de la acumulación, la decisión óptima según este modelo alternativo sería equivalente al caso de acumulación contemplado en este trabajo.

5.2.2. Simulaciones de red

Las simulaciones de red llevadas a cabo en este trabajo son muy simplistas, debido al enrutado estático, no simulación de algoritmos de control y suposición de activación de un único nodo en cada instante de decisión. Sería conveniente extender dichas simulaciones a redes más realistas, probablemente empleado una herramienta distinta a Matlab. Además, para el apartado de utilización del umbral selectivo simple (EO) para el caso de acumulación no se han realizado simulaciones de red.

Una consideración de modelo que posiblemente no sea cierta en una red de sensores es la de que la probabilidad de estado inactivo es independiente de la importancia previa en el nodo. En particular, en el modelo de red considerado en este trabajo dicha suposición no se cumple. Por simplicidad, supongamos que el mismo nodo genera dos mensajes en instantes de tiempo consecutivos. Si el primer dato es reenviado al siguiente nodo y su importancia es muy elevada, lo más probable es que el siguiente dato generado también tenga una importancia elevada (suponiendo correlación positiva entre importancias consecutivas). Esto implica que la probabilidad de estado inactivo del nodo que recibe los mensajes es inferior en el segundo instante de tiempo, ya que la probabilidad de que el dato recibido del nodo anterior en ese instante supere el umbral es mayor al ser elevada la importancia del primer mensaje y existir dependencia estadística entre ambos. Aunque las simulaciones de red son simplistas y limitadas, no se ha observado una degradación de las características de la red al considerar correlación. Parece lógico pensar, de todos modos, que las mismas conclusiones sean aplicables a este caso, al menos para dependencia estadística entre importancias de mensajes consecutivos, y tal vez sería conveniente extender el modelo y la demostración a esta situación.

5.2.3. Aspectos prácticos de implementación

De forma general y para los dos casos considerados, la implementación práctica de este tipo de estrategias en nodos reales trae consigo una serie de problemas tanto a la hora de estimar los parámetros de energías como debido a que cada activación del nodo puede conllevar la recepción de varios mensajes [23]. El modelo de acumulación de mensajes es bastante interesante en una situación de este tipo, sin más que sumar las importancias de todos los mensajes recibidos y generados en cada activación del nodo (época) y utilizar esa magnitud conjunta como medida de importancia \tilde{x} .

APÉNDICES

Apéndice A

Equivalencia entre expresión derivada para umbral asintótico y desarrollos previos

La expresión obtenida en este trabajo para el umbral óptimo constante de transmisión en los casos de importancias independientes e importancias con dependencia estadística (3.5.1, 3.5.2) se corresponde con la expresión (3.28). Por su parte, en [2], se propone la expresión (2.1) explicada al introducir el estado del arte.

Ambas expresiones son equivalente si se establecen las mismas suposiciones sobre ellas. En primer lugar, en este trabajo se ha considerado que \mathbf{z} está compuesto únicamente por el valor de importancia x . Además, no se ha hecho uso de $Q(\mathbf{z})$, por lo que se considera que $Q(\mathbf{z}) = 1$.

Con respecto a los costes energéticos, en (2.1) se consideran costes c_1 y c_0 dependientes de \mathbf{z} . Sin embargo, en el propio artículo se establece en apartados posteriores la simplificación de costes independientes de \mathbf{z} . Poniendo estos costes en relación con la nomenclatura utilizada aquí, $c_1(x > 0) = c_1$, $c_0(x > 0) = c_0$ y $c_1(x = 0) = c_0(x = 0) = c_{idle}$. Así, las ecuaciones (2.1) y (2.2) pueden reescribirse, para $x > 0$ y adaptando la terminología a la habitual en el resto del documento, como

$$\lim_{e \rightarrow \infty} \mu(e, x) = (\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})\chi \quad (\text{A.1})$$

$$(\mathbb{E}\{c_0\}(1 - p_{idle}) + \mathbb{E}\{c_{idle}\}p_{idle})\chi = \mathbb{E}\{(x - (\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})\chi)^+\} \quad (\text{A.2})$$

Sustituyendo el valor de χ dado por (A.1) en (A.2) (a ambos lados de la ecuación), y notando que el límite cuando $\mu(e, x)$ es la variable τ que se ha

definido (bajo suposición de convergencia y dado que la expresión no depende de x) obtenemos $(\mathbb{E}\{c_0\}(1 - p_{idle}) + \mathbb{E}\{c_{idle}\}p_{idle}) \frac{\tau}{\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\}} = \mathbb{E}\{(x - \tau)^+\} = \mathbb{E}\{xu(x - \tau)\} - \tau\mathbb{E}\{u(x - \mu)\} = \mathbb{E}\{xu(x - \tau)\} - \tau p_{tx}(1 - p_{idle})$.

Reorganizando, tenemos

$$\begin{aligned} & (\mathbb{E}\{c_{idle}\}p_{idle} + \mathbb{E}\{c_0\}(1 - p_{idle}) + (\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})p_{tx}(1 - p_{idle}))\tau \\ & = (\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})\mathbb{E}\{xu(x - \tau)\} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

El término que multiplica a τ en la parte izquierda de la ecuación (A.3) se corresponde con $\mathbb{E}\{c\}$, tal como está definida en (3.26). Finalmente, sin más que despejar τ en (A.3), obtenemos (3.28).

Apéndice B

Demostración de existencia de umbral subóptimo propuesto

La expresión presentada en (3.49) para el umbral subóptimo propuesto en el caso de acumulación no garantiza a priori la existencia de una solución. Aunque para valores de $\gamma \rightarrow 1$ la asíntota se aproxima a la expresión real del umbral óptimo, esto no significa que para todos los casos vaya a existir un punto que sea solución de la ecuación propuesta, ni que este sea único, ni que, en caso de existir, esté realmente cerca del umbral óptimo. Aunque no se ha logrado demostrar que la solución de la expresión dada sea única, se han obtenido ciertos resultados al respecto, que se presentan a continuación.

B.1. Existencia de solución

En primer lugar, es claro que el rango de las posibles soluciones está acotado por el recorrido de la parte derecha de la ecuación (3.49). El cociente $\frac{\mathbb{E}\{xu(x-\hat{\tau})|\hat{\tau}\}}{\mathbb{E}\{c|\hat{\tau}\}}$ está acotado inferiormente por cero ya que el denominador es estrictamente positivo si $c_{0,k}, c_{1,k} > 0 \forall k$ y $p_{idle} < 1$ y el numerador es cero o positivo si $x_k \geq 0 \forall k$. Además, se cumple que

$$\frac{\mathbb{E}\{xu(x-\tau^*)|\tau^*\}}{\mathbb{E}\{c|\tau^*\}} \geq \frac{\mathbb{E}\{xu(x-\tau)|\tau\}}{\mathbb{E}\{c|\tau\}} \quad (\text{B.1})$$

Siendo τ^* el umbral óptimo y $\forall \tau \in [0, \infty)$. Para demostrar este hecho basta tener en cuenta que τ^* maximiza la recompensa obtenida por el nodo en toda su vida útil y que esto es equivalente a maximizar el cociente entre la recompensa media obtenida en cada época y la energía media gastada en cada época.

Como consecuencia de esto, aplicando esas cotas en la parte derecha de la ecuación (3.49), obtenemos que

$$\hat{\tau} \in \left(\frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} - \frac{(1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_0\} + p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\}}{(1-p_{idle})\mathbb{E}\{c|\tau^*\}} \mathbb{E}\{xu(x - \tau^*)\}}{1 - \gamma_{ef}}, \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}\}}{1 - \gamma_{ef}} \right) \quad (\text{B.2})$$

Recordemos que $\gamma_{ef} = \gamma \frac{1-p_{idle}}{1-\gamma p_{idle}}$.

Además, utilizando la recta $r(x_k, \tau)$ definida en (3.48), el punto $\hat{\tau}$ cumple que $\hat{\tau} = r(x_k = \hat{\tau}, \hat{\tau})$.

Por simplicidad, denotamos de aquí en adelante $r(\tau) = r(x_k = \tau, \tau)$. Sabemos que $r(\tau^*) < \tau^*$, dado que $\tau^* = \mu(x_k = \tau^*, \tau^*)$ y $\mu(x_k = \tau^*, \tau^*) > r(\tau^*)$. Para $\tau = 0$, partiendo de (3.48), y utilizando que $\mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} = \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}\}}{1-p_{idle}}$ tenemos: $r(\tau = 0) = \mathbb{E}\{\tilde{x}|\tilde{x} > 0\} - \frac{p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\} + (1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_0\}}{(1-p_{idle})\mathbb{E}\{c|\tau=0\}} \mathbb{E}\{xu(x)\} = \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}\}}{1-p_{idle}} - \frac{(p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\} + (1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_0\})\mathbb{E}\{\tilde{x}\}}{(1-p_{idle})((1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_1\} + p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\})} = \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}\}}{1-p_{idle}} \left(\frac{(\mathbb{E}\{c_1\} - \mathbb{E}\{c_0\})}{(1-p_{idle})\mathbb{E}\{c_1\} + p_{idle}\mathbb{E}\{c_{idle}\}} \right).$

Esta última expresión es mayor o igual que cero si $\mathbb{E}\{c_1\} \geq \mathbb{E}\{c_0\}$, con la igualdad dándose si y solo si $\mathbb{E}\{c_1\} = \mathbb{E}\{c_0\}$. De ese modo, si $\mathbb{E}\{c_1\} > \mathbb{E}\{c_0\}$, como $r(\tau = 0) > 0$ y $r(\tau^*) < \tau^*$, se concluye, por continuidad, que existe al menos un umbral $\hat{\tau}$ que cumple las condiciones en el intervalo $(0, \tau^*)$.

En definitiva, se ha demostrado la existencia de al menos un punto que cumple la ecuación planteada en el intervalo $(r(\tau^*), \tau^*)$ y la no existencia de soluciones menores que $r(\tau^*)$. Sin embargo, no se ha podido demostrar que no exista alguna otra solución a la ecuación dentro del intervalo $\left(\tau^*, \frac{\mathbb{E}\{\tilde{x}\}}{1-\gamma_{ef}}\right)$. Aunque se han realizado ciertos esfuerzos de cara a demostrar que la solución es única al menos dentro del intervalo $(r(\tau^*), \tau^*)$, no se ha llegado a resultados concluyentes.

Por último, resulta conveniente comentar que en todos los resultados simulados en el capítulo 4 se ha observado convergencia a la solución existente en el intervalo $(r(\tau^*), \tau^*)$, encontrándose el umbral para todos los casos muy próximo al punto $r(\tau^*)$. Este hecho tiene relación con la evolución casi plana de la utilidad del nodo en el entorno del umbral, con lo que $r(\hat{\tau}) \approx r(\tau^*)$.

Apéndice C

Tipos de nodos

Denominación	Descripción	Fórmula
NS	Nodo no selectivo que transmite todos los mensajes que genera	$d_k = 1$ si $I_k = 1$
Opt. ind.	Nodo que utiliza el umbral óptimo variable con la energía que no tiene en cuenta la dependencia estadística; i.e: utiliza únicamente la distribución asintótica de importancias	(3.12) sin dependencia de x_k en V_1, V_0
Opt. dep.	Nodo que utiliza el umbral óptimo variable con la energía que sí tiene en cuenta la forma concreta de dependencia estadística entre importancias consecutivas	(3.12)
CO	Nodo con umbral constante igual al umbral óptimo constante para valores altos de energía para transmisor selectivo	τ que cumple (3.28)
EO	Nodo que implementa el estimador del umbral constante asintótico para transmisor selectivo	(2.3)
COA	Nodo que utiliza un umbral constante igual al umbral óptimo constante para valores altos de energía para acumulación	τ que cumple (3.47)
CSA	Nodo que utiliza un umbral constante igual al umbral subóptimo constante para valores altos de energía propuesto para acumulación	τ que cumple (3.49)
ESA	Nodo que implementa el estimador del umbral subóptimo constante para valores altos de energía propuesto para acumulación	(4.5)

Tabla C.1: Resumen de tipos de nodos empleados en las simulaciones, su descripción y fórmula a la que se refieren

Bibliografía

- [1] Arroyo-Valles, R.; Marques, A.G.; Cid-Sueiro, J., “Optimal Selective Transmission under Energy Constraints in Sensor Networks” *Mobile Computing, IEEE Transactions*, vol.8, no.11, pp.1524,1538, Nov. 2009
- [2] Arroyo-Valles, R.; Marques, A.G.; Cid-Sueiro, J., “Optimal Selective Forwarding for Energy Saving in Wireless Sensor Networks” *Wireless Communications, IEEE Transactions*, vol.10, no.1, pp.164,175, January 2011
- [3] Akyildiz, I.F.; Weilian Su; Sankarasubramaniam, Y.; Cayirci, E., “A survey on sensor networks” *Communications Magazine*, vol.40, no.8, pp.102,114, Aug 2002
- [4] Corke, P.; Wark, T.; Jurdak, R.; Wen Hu; Valencia, P.; Moore, D., “Environmental Wireless Sensor Networks,” *Proceedings of the IEEE*, vol.98, no.11, pp.1903,1917, Nov. 2010
- [5] Waltenegus Dargie, Christian Poellabauer. “Fundamentals of Wireless Sensor Networks. Theory and Practice.”, capítulo 2: “Aplications”, 2010
- [6] M. Gatzianas, L. Georgiadis, and L. Tassiulas, “Control of wireless networks with rechargeable batteries.” *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, vol. 9, no. 2, pp. 581?593, 2010.
- [7] Jennifer Yick, Biswanath Mukherjee, Dipak Ghosal, Wireless sensor network survey, *Computer Networks*, Volume 52, Issue 12, 22 August 2008, Pages 2292-2330, ISSN 1389-1286
- [8] Dai, Zhicheng; Wang, Shengming; Yan, Zhonghua, “BSHM-WSN: A wireless sensor network for bridge structure health monitoring” *Modelling, Identification & Control (ICMIC)*, pp.708,712, 24-26 June 2012
- [9] D. Sanz et al., “Wireless sensor networks for planetary exploration: Experimental assessment of communication and deployment, *Advances in Space Research*”, vol. 52, Issue 6, 15 September 2013, Pages 1029-1046, ISSN 0273-1177

- [10] Jari Nieminen, Shekar Nethi, Mikael Björkbom, Aamir Mahmood, Lasse Eriksson and Riku Jäntti (2010). “Advanced Communication Solutions for Reliable Wireless Sensor Systems”, en “Smart Wireless Sensor Networks”, Yen Kheng Tan (Ed.), ISBN: 978-953-307-261-6
- [11] Yamasaki, K.; Ohtsuki, T., “Design of energy-efficient wireless sensor networks with censoring, on-off, and censoring and on-off sensors based on mutual information” Vehicular Technology Conference, 2005. VTC 2005-Spring. 2005 IEEE 61st, vol.2, pp.1312,1316 Vol. 2, 30 May-1 June 2005
- [12] Munir, A.; Gordon-Ross, A., “An MDP-Based Dynamic Optimization Methodology for Wireless Sensor Networks” Parallel and Distributed Systems, vol.23, no.4, pp.616,625, April 2012.
- [13] Mohamed, M.I.; Wu, W.Y.; Moniri, M., “Adaptive data compression for energy harvesting wireless sensor nodes” Networking, Sensing and Control (ICNSC), pp.633,638, 10-12 April 2013
- [14] Al-Anbagi, I.; Khanafer, M.; Mouftah, H.T., “A realistic and stable Markov-based model for WSNs” Computing, Networking and Communications (ICNC), pp.802,807, 28-31 Jan. 2013
- [15] Verdone, R.; Dardari, D; Mazzini, G. y Conti, A.; “Communication protocols, localization and signal processing techniques for WSANs”, parte 2 en Wireless Sensor and Actuator Networks. Technologies, Analysis and Design.
- [16] Sardouk, A; Merghem-Boulahia, L; Rahim-Amoud, R; Gaiti, D; “Data Aggregation in WSNs: State of the Art and a Multi-Criteria Proposal”; capítulo 3 en “Wireless Sensor Networks”, Nova Publishers, 2011
- [17] Krishnamachari, B.; Estrin, D.; Wicker, S., “The impact of data aggregation in wireless sensor networks” Distributed Computing Systems Workshops, 2002. Proceedings. 22nd International Conference, pp.575,578, 2002
- [18] Vuran, Mehmet C.; Akan, O.B., ”Spatio-temporal Characteristics of Point and Field Sources in Wireless Sensor Networks, Communications, 2006. ICC '06. IEEE International Conference, vol.1, pp.234,239, June 2006 doi: 10.1109/ICC.2006.254733
- [19] Heinzelman, W.R.; Chandrakasan, A.; Balakrishnan, H., “Energy-efficient communication protocol for wireless microsensor networks” System Sciences, 2000. Proceedings of the 33rd Annual Hawaii International Conference, pp.10 pp. vol.2, 4-7 Jan. 2000

-
- [20] Appadwedula, S.; Veeravalli, V.V.; Jones, D.L., “Energy-efficient detection in sensor networks” *Selected Areas in Communications*, vol.23, no.4, pp.693,702, April 2005
 - [21] M. Ross, Sheldon; “Markov chains”, capítulo 4 en “Introduction to Probability Models”, 10th edition, 2010
 - [22] M. Ross, Sheldon; “Renewal Theory and Its Applications” capítulo 7 en “Introduction to Probability Models”, 10th edition, 2010
 - [23] Hansen, M., Arroyo-Valles, R. y Cid-Sueiro, J. “Testing Selective Transmission with Low Power Listening” en *Real-World Wireless Sensor Networks* vol. 6511, pp.146-153, 2010